

Caso $FV(\forall x.p)/\delta = \bigcup_{u \in FV(\forall x.p)} FV(\delta u)$

$$FV((\forall x.p)/\delta) = FV(\forall x_{new}. p/[\delta|x : x_{new}])$$

donde x_{new} NO pertenece a $\bigcup_{u \in (FVp) - \{x\}} FV(\delta u)$ (1)

$$= FV(p/[\delta|x : x_{new}]) - \{x_{new}\}$$

(por HI)

$$= (\bigcup_{u \in FVp} FV([\delta|x : x_{new}]u)) - \{x_{new}\}$$

(se separa $u = x$)

$$= (\bigcup_{u \in FVp - \{x\}} FV([\delta|x : x_{new}]u) \cup FV([\delta|x : x_{new}]x)) - \{x_{new}\}$$

(definición de $[\delta|x : x_{new}]$)

$$= (\bigcup_{u \in FVp - \{x\}} FV(\delta u) \cup \{x_{new}\}) - \{x_{new}\}$$

(por (1): x_{new} no aparece en δu)

$$= \bigcup_{u \in FVp - \{x\}} FV(\delta u)$$