

Introducción a los algoritmos - 1º cuatrimestre 2011

Axiomas y Teoremas del Cálculo Proposicional

Docentes: Araceli Acosta, Carlos Areces, Mariana Badano, Luciana Benotti, Javier Blanco,
Paula Estrella, Mauricio Tellechea, Pedro Sánchez Terraf.

Axiomas

A1 Asociatividad equivalencia:

$$((P \equiv Q) \equiv R) \equiv (P \equiv (Q \equiv R))$$

A2 Conmutatividad equivalencia:

$$P \equiv Q \equiv Q \equiv P$$

A3 Neutro equivalencia:

$$P \equiv \text{True} \equiv P$$

A4 Definición de Negación:

$$\neg(P \equiv Q) \equiv \neg P \equiv Q$$

A5 Definición de False:

$$\text{False} \equiv \neg \text{True}$$

A6 Definición de discrepancia:

$$P \neq Q \equiv \neg(P \equiv Q)$$

A7 Asociatividad disyunción:

$$(P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$$

A8 Conmutatividad disyunción:

$$P \vee Q \equiv Q \vee P$$

A9 Idempotencia disyunción:

$$P \vee P \equiv P$$

A10 Distributividad disyunción con equivalencia:

$$P \vee (Q \equiv R) \equiv (P \vee Q) \equiv (P \vee R)$$

A11 Tercero excluido:

$$P \vee \neg P$$

A12 Regla dorada:

$$P \wedge Q \equiv P \equiv Q \equiv P \vee Q$$

A13 Definición de implicación:

$$P \Rightarrow Q \equiv P \vee Q \equiv Q$$

A14 Definición de consecuencia:

$$P \Leftarrow Q \equiv P \vee Q \equiv P$$

Teoremas Básicos

T1 Metateorema de True:

Si P está demostrado, $P \equiv \text{True}$

T2 Doble negación:

$$\neg \neg P \equiv P$$

T3 Equivalencia y negación:

$$P \equiv \text{False} \equiv \neg P$$

T4 Elemento absorbente de la disyunción:

$$P \vee \text{True} \equiv \text{True}$$

T5 Elemento neutro de la disyunción:

$$P \vee \text{False} \equiv P$$

T6 Teorema (*):

$$P \vee Q \equiv P \vee \neg Q \equiv P$$

T7 Negación de una implicación:

$$\neg(P \Rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$$

Niveles de Precedencia

Los que están más arriba tienen mayor precedencia —“pegan más”, se ponen entre paréntesis primero, se aplican primero.

$E(x := a), \cdot$	sustitución y evaluación
$\sqrt{}, (\cdot)^2$	raíces y potencias
$*, /$	producto y división
máx, mín	máximo y mínimo
$+, -$	suma y resta
$=, \leq, \geq$	conectivos aritméticos
$\neg$	negación
$\vee \wedge$	disyunción y conjunción
$\Rightarrow \Leftarrow$	implicación y consecuencia
$\equiv \neq$	equivalencia y discrepancia

Los operadores que están en un mismo nivel tienen exactamente la misma prioridad, así que deben ponerse siempre con paréntesis, a menos que asocien entre sí ($\vee$ y $\wedge$, $\neq$ y $\equiv$, máx y mín).