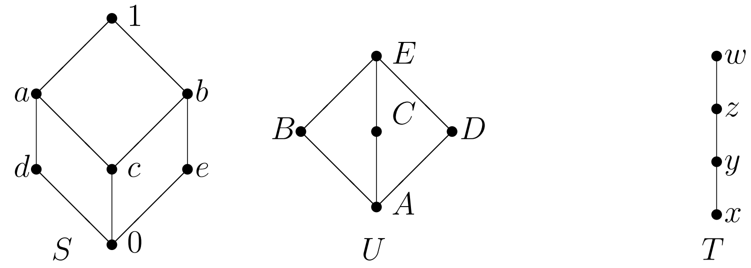
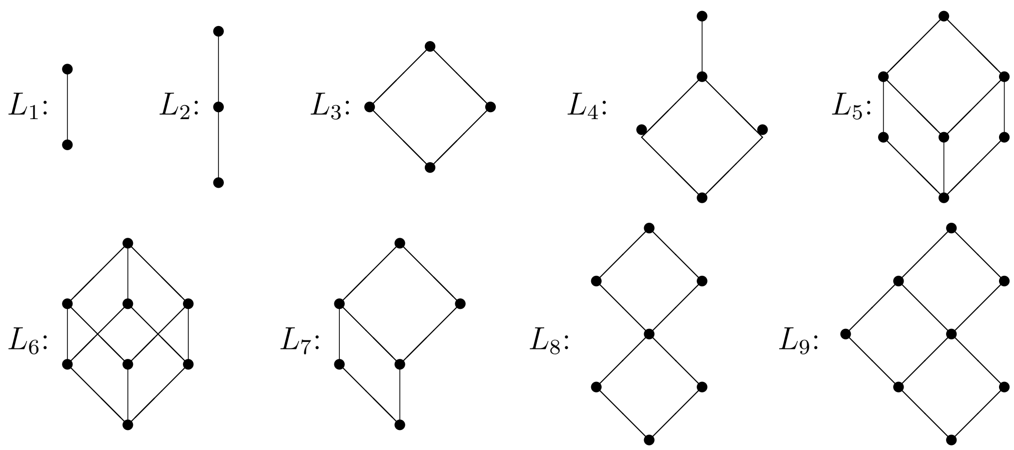
Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden
03/09/2014, Práctico 7: Álgebras de Boole, átomos y representación.

Objetivos. Repasar la noción de isomorfismo de reticulado. Comprender las noción de *átomos* identificando en varios reticulados aquellos elementos que lo son (en D_n, qué propiedad tienen los átomos?). Utilizar el teorema de representación para mostrar que un reticulado es o no un álgebra de Boole (¿Cuándo D_n es un álgebra de Boole?).

1. Determine cuáles de los siguientes isomorfismos valen.
   a) $D_{78} \cong D_{385}$.
   b) $D_{12} \cong D_{18}$.
   c) $D_{2310} \cong \mathcal{P}(\{a, b, c, d, e\})$.
   d) $D_{90} \cong \mathcal{P}(\{a, b, c, d\})$.
   e) $D_{94} \cong \mathbf{2}^2$.
   f) $D_{k*p} \cong \mathbf{2}^k$, si p es primo.
2. Considere los reticulados S, T y U de la siguiente figura:



   a) Calcule el conjunto de átomos de cada reticulado.
   b) Para cada uno de esos reticulados, explique por qué **no** es un álgebra de Boole.
3. *a*) Encuentre los átomos de $(D_{12}, |)$
   b) Encuentre los átomos de $(D_{36}, |)$.
   c) Muestre que los elementos 2 y 6 en D_{12} no tienen complementos.
4. Considere los diagramas de la siguiente figura.



   a) Halle en cada caso $At(L)$.
   b) Dibuje en cada caso el diagrama de Hasse de $\mathcal{P}(At(L))$.
   c) Determine cuáles son álgebras de Boole.
5. Determine cuáles de los reticulados anteriores satisfacen las hipótesis del Teorema de Representación de Álgebras de Boole finitas y dé explícitamente el mapa F.