# Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional
## 12/10/2016, Práctico 4 bis: Otras reglas de derivación

1. Complete las siguientes derivaciones agregando la rama que falta, la abreviatura de la regla utilizada en cada paso, y los corchetes en las hipótesis canceladas, suponiendo que en cada paso se cancelan la mayor cantidad de hipótesis posibles. En ambas derivaciones se deben cancelar todas las hipótesis.

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{P\vee Q \qquad \cfrac{P \qquad \cfrac{\neg P\wedge\neg Q}{\neg P}}{\bot} \qquad\qquad \bot}{\bot}}{\neg(P\vee Q)}}{(\neg P\wedge \neg Q)\to(\neg(P\vee Q))}
\qquad\qquad
\cfrac{\cfrac{\neg P \qquad\qquad \cfrac{\cfrac{\cfrac{\neg P}{\neg P\vee P} \qquad \neg(\neg P\vee P)}{\bot}}{P}}{\bot}}{\neg P\vee P}$$

2. Encuentre derivaciones para:
   *a*) $\{\neg P\vee Q\}\vdash P\to Q$ (Usando eliminación de $\vee$)
   *b*) $\{\neg P\vee\neg Q\}\vdash\neg(P\wedge Q)$
   *c*) $\{P\to Q\}\vdash\neg P\vee Q$
   (Sugerencia: la última regla es RAA, no intente con introducción de $\vee$, no funciona como última regla. Aparte está desarrollado en el apunte. )
   *d*) $\{\neg(P\wedge Q)\}\vdash\neg P\vee\neg Q$ (Copie la idea de la derivación anterior)

3. En el ejercicio 1 se muestra una derivación (incompleta) de $P\vee\neg P$, llamado principio del tercero excluido. Una estrategia posible para demostrar una proposición $R$, es utilizar una eliminación del $\vee$ para subdividir la prueba en dos sub-derivaciones (también de $R$), cada una de las cuales tiene una hipótesis más para utilizar:

$$\cfrac{\begin{matrix}\vdots\\ \neg P\vee P\end{matrix} \qquad\qquad \begin{matrix}[P]\\ \vdots\\ R\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[\neg P]\\ \vdots\\ R\end{matrix}}{R}$$

   Obtenga derivaciones para c y d del punto anterior usando esta estrategia.

4. Encuentre derivaciones para:
   *a*) $\vdash(P\to Q)\vee(Q\to P)$
   *b*) $\vdash(P\to Q)\wedge(\neg P\to Q)\to Q$

5. Demostrar, transformando derivaciones cuando sea necesario:
   *a*) $\vdash P$ implica $\vdash Q\to P$
   *b*) Si $P\vdash Q$ y $\neg P\vdash Q$ entonces $\vdash Q$.
   *c*) $\Gamma\cup\{P\}\vdash Q$ implica $\Gamma\setminus\{P\}\vdash(P\to P)\wedge(P\to Q)$.
   *d*) $\Gamma\cup\{P\}\vdash Q$ implica $\Gamma\vdash P\to(Q\vee\neg P)$.

6. Demuestra los siguientes casos de la inducción en las derivaciones que prueba el Teorema de Corrección: $(I\vee)$ y $(E\vee)$.