

$es_cuadrado.n = \langle \exists x : 0 \leq x \leq n : x * x = n \rangle$
Caso base, 0

$es_cuadrado.0$
 $\equiv \{ \text{Definición de } es_cuadrado \}$
 $\langle \exists x : 0 \leq x \leq n : x * x = 0 \rangle$
 $\equiv \{ \text{Aritmética} \}$
 $\langle \exists x : x = 0 : x * x = 0 \rangle$
 $\equiv \{ \text{Rango Unitario} \}$
 $0 * 0 = 0$
 $\equiv \{ \text{Aritmética} \}$
 $True$

Paso inductivo, $n + 1$

$es_cuadrado.(n + 1)$
 $\equiv \{ \text{Definición de } es_cuadrado \}$
 $\langle \exists x : 0 \leq x \leq (n + 1) : x * x = (n + 1) \rangle$
 $\equiv \{ \text{Separación del último término} \}$
 $\langle \exists x : 0 \leq x \leq n : x * x = (n + 1) \rangle \vee (n + 1) * (n + 1) = (n + 1)$

Generalizamos:

$g.n.m = \langle \exists x : 0 \leq x \leq n : x * x = n + m \rangle$

De esta forma, $g.n,0 = es_cuadrado.n$. Vamos a derivar g , haciendo inducción en su primer argumento.

Caso base, 0

$g,0.m$
 $\equiv \{ \text{Definición de } g \}$
 $\langle \exists x : 0 \leq x \leq 0 : x * x = 0 + m \rangle$
 $\equiv \{ \text{Rango unitario, aritmética} \}$
 $m = 0$

Paso inductivo, $n + 1$

$g.(n + 1).m$
 $\equiv \{ \text{Definición de } g \}$
 $\langle \exists x : 0 \leq x \leq (n + 1) : x * x = n + m + 1 \rangle$
 $\equiv \{ \text{Separación del último término} \}$
 $(n + 1) * (n + 1) = n + m + 1 \vee \langle \exists x : 0 \leq x \leq n : x * x = (n + m + 1) \rangle$
 $\equiv \{ \text{Hipótesis Inductiva} \}$
 $(n + 1) * (n + 1) = n + m + 1 \vee g.n.(m + 1)$