

Digesto para la programación imperativa

Algoritmos y Estructuras de Datos I

1. Relación weakest precondition y terna de Hoare:

$[wp.S.Q = P] \iff \begin{cases} (i) \{P\} S \{Q\} \\ (ii) \{P_0\} S \{Q\} \Rightarrow [P_0 \Rightarrow P] \end{cases}$	$\{P\} S \{Q\} \equiv [P \Rightarrow wp.S.Q]$
---	---

2. Skip:

Verificación con terna de Hoare: $\{P\} skip \{Q\} \equiv [P \Rightarrow Q]$	Weakest precondition: $[wp.skip.Q \equiv Q]$	Programa anotado: $\{Q\}$ $skip$ $\{Q\}$
---	---	---

3. Abort:

Verificación con terna de Hoare: $\{P\} abort \{Q\} \equiv [P \equiv False]$	Weakest precondition: $[wp.abort.Q \equiv False]$	Programa anotado: $\{False\}$ $abort$ $\{Q\}$
---	--	--

4. Asignación:

Verificación con terna de Hoare: $\{P\}$ $x := E \equiv [P \Rightarrow Q(x := E)]$ $\{Q\}$	Weakest precondition: $[wp.(x := E).Q \equiv Q(x := E)]$	Programa anotado: $\{Q(x := E)\}$ $x := E$ $\{Q\}$
---	---	---

Si no se asumen bien definidas las expresiones E :

Verificación con terna de Hoare: $\{P\}$ $x := E \equiv [P \Rightarrow def.E \wedge Q(x := E)]$ $\{Q\}$	Weakest precondition: $[wp.(x := E).Q \equiv Q(x := E) \wedge Def.E]$
Programa anotado: $\{Q(x := E) \wedge Def.E\}$ $x := E$ $\{Q\}$	

5. Composición o concatenación de sentencias:

Verificación con terna de Hoare: $\{P\} S;T \{Q\} \equiv \text{Existe } R \text{ tal que } \{P\} S \{R\} \wedge \{R\} T \{Q\}$	Weakest precondition: $[wp.(S;T).Q \equiv wp.S.(wp.T.Q)]$
Programa anotado: $\begin{array}{ccc} \{P\} & & \{wp.S.(wp.T.Q)\} \\ S & & S \\ \{R\} & \equiv & \{P\} \quad \{R\} \\ S & \wedge & T \\ \{R\} & & \{Q\} \\ T & & T \\ \{Q\} & & \{Q\} \end{array}$	

6. Alternativa (if):

Verificación con ternas de Hoare:		
$\{P\} \quad \mathbf{if} \quad B_0 \rightarrow S_0 \quad \{Q\} \quad \equiv \quad [P \Rightarrow (B_0 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n)]$ $\square \quad B_1 \rightarrow S_1 \quad \wedge \{B_0 \wedge P\} \quad S_0 \quad \{Q\}$ $\vdots \quad \wedge \{B_1 \wedge P\} \quad S_1 \quad \{Q\}$ $\square \quad B_n \rightarrow S_n \quad \vdots$ $\mathbf{fi} \quad \wedge \{B_n \wedge P\} \quad S_n \quad \{Q\}$		
Weakest precondition:		
$wp.if.Q \equiv [(B_0 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge (B_0 \Rightarrow wp.S_0.Q) \wedge \dots \wedge (B_n \Rightarrow wp.S_n.Q)]$		
Programa anotado:		
$\{P \wedge (B_0 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n)\}$ $\mathbf{if} \quad B_0 \rightarrow$ $\quad \{B_0 \wedge P\}$ $\quad S_0$ $\quad \{Q\}$ $\square \quad B_1 \rightarrow$ $\quad \{B_1 \wedge P\}$ $\quad S_1$ $\quad \{Q\}$ \vdots $\square \quad B_n \rightarrow$ $\quad \{B_n \wedge P\}$ $\quad S_n$ $\quad \{Q\}$ \mathbf{fi} $\{Q\}$	\bullet	$\{(B_0 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge$ $(B_0 \Rightarrow wp.S_0.Q) \wedge \dots \wedge (B_n \Rightarrow wp.S_n.Q)\}$ $\mathbf{if} \quad B_0 \rightarrow$ $\quad \{B_0 \wedge wp.S_0.Q\}$ $\quad S_0$ $\quad \{Q\}$ $\square \quad B_1 \rightarrow$ $\quad \{B_1 \wedge wp.S_1.Q\}$ $\quad S_1$ $\quad \{Q\}$ \vdots $\square \quad B_n \rightarrow$ $\quad \{B_n \wedge wp.S_n.Q\}$ $\quad S_n$ $\quad \{Q\}$ \mathbf{fi} $\{Q\}$

7. Teorema de invariancia:

Verificación con ternas de Hoare:		
$\{P\} \quad \equiv \quad \text{Existe } I \text{ (invariante) tal que}$ $\mathbf{do} \quad B \rightarrow \quad [P \Rightarrow I]$ $\quad S \quad \wedge [I \wedge \neg B \Rightarrow Q]$ $\mathbf{od} \quad \wedge \{I \wedge B\} \quad S \quad \{I\}$ $\{Q\} \quad \wedge \text{Existe } t : \text{Estados} \mapsto \text{Int} \text{ tal que (terminación)}$ $\quad \text{(i) } [I \wedge B \Rightarrow t \geq 0]$ $\quad \text{(ii) } \{I \wedge B \wedge t = T\} \quad S \quad \{t < T\}$		
Programa anotado:		
$\{I\}$ $\mathbf{do} \quad B \rightarrow$ $\quad \{I \wedge B\}$ $\quad S$ $\quad \{I\}$ \mathbf{od} $\{I \wedge \neg B\}$	\mathbf{y}	$[I \wedge B \Rightarrow t \geq 0] \quad \text{(terminación)}$ $\mathbf{do} \quad B \rightarrow$ $\quad \{I \wedge B \wedge t = T\}$ $\quad S$ $\quad \{t < T\}$ \mathbf{od}

8. Anotaciones Secuenciales

$\begin{array}{l} \{R\} \\ \{P\} \\ S \\ \{Q\} \end{array} \equiv [R \Rightarrow P] \wedge \begin{array}{l} \{P\} \\ S \\ \{Q\} \end{array}$	$\begin{array}{l} \{P\} \\ S \\ \{Q\} \\ \{R\} \end{array} \equiv \begin{array}{l} \{P\} \\ S \\ \{Q\} \end{array} \wedge [Q \Rightarrow R]$
--	--

9. Propiedades

- $\{P\} S \{False\} \equiv [P \equiv False]$ (Exclusión de milagros)
- $[wp.S.False \equiv False]$
- $[wp.S.Q \wedge wp.S.R \equiv wp.S.(Q \wedge R)]$
- $[wp.S.Q \vee wp.S.R \Rightarrow wp.S.(Q \vee R)]$