Práctico 4
Programación imperativa

Algoritmos y Estructuras de Datos I

1. (Búsqueda lineal) Dada $f : Nat \mapsto Bool$ y suponiendo $\langle \exists\, n : 0 \leq n : f.n \rangle$, encontrar el mínimo natural x tal que $f.x$.

2. Sea $N \geq 0$.

   a) Derivar un programa que calcule el menor entero x que satisface $x^3 + x \geq N$.

   b) Derivar un programa que calcule el mayor entero x que satisface $x^3 + x \leq N$.

3. (Suma de los elementos de un arreglo) Dado un arreglo de enteros, se debe devolver en una variable la suma de todos los elementos del arreglo.

   Ayuda: Debemos derivar un programa que satisfaga la siguiente especificación:

   Const $N : Int$;
   Var $a : array\ [0, N)\ of\ Int$;
   $s : Int$;
   $\{P : \quad N \geq 0\}$
   S
   $\{Q : \quad s = \langle \sum i \ : 0 \leq i < N : \ a.i \rangle\}$

   donde el arreglo a no cambia.

4. Sea a un arreglo de enteros.

   a) Especificar y derivar un programa que determine si todos los elementos de a son positivos.

   b) Especificar y derivar un programa que determine si algún elemento de a es positivo.

5. Especificar y derivar un programa que guarde en una variable el máximo de los primeros n elementos de un arreglo de tamaño N con $0 < n \leq N$. Tener en cuenta que no se pueden usar los valores ∞, $-\infty$.

   Una vez finalizado el ejercicio pensar como se podría modificar el programa para detectar el caso en que el arreglo sea vacío.

6. Especificar y derivar un programa que calcule la cantidad de elementos pares de un arreglo de enteros.

7. Especificar y derivar un programa que calcule la varianza de los valores almacenados en un arreglo.

   Ayuda: La varianza de n valores $\{x_1, \cdots, x_n\}$ se define como:

   $$\frac{\langle \sum i \ : 1 \leq i \leq n : \ (x_i - \bar{x})^2 \rangle}{n}$$

   donde $\bar{x}$ es el promedio de los valores.

8. Especificar y derivar un programa que dado un número devuelva la posición donde se encuentra en un arreglo. Si el elemento no está en el arreglo se debe devolver -1.

9. Considere el ejercicio 4.

   a) En el programa derivado en el ejercicio 4*a* se recorre todo el arreglo? Si la respuesta es afirmativa piense si esto es necesario. Si no lo es busque una manera de derivar un programa equivalente que no recorra innecesariamente todo el arreglo.

   b) Repita el mismo razonamiento sobre el ejercicio 4*b* y derive si es necesario el programa mejorado.

10. Dado un arreglo $a : array[0, N)\ of\ Num$ con $N \geq 0$ determinar si alguno de sus elementos es igual a la suma de los anteriores.

11. Dado un arreglo $a : array[0, N)\ of\ Num$ con $N \geq 0$ determinar si sus elementos son iguales al factorial de la posición.

    Ayuda: Que los elementos sean el factorial de la posición se puede expresar como $\langle \forall\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i = i! \,\rangle$.

12. Especificar y hacer un programa imperativo que calcule fibonachi de un número dado.

13. Dado un arreglo de enteros, se debe tomar la máxima diferencia entre dos de sus elemento (en orden, el primero menos el segundo).

    La especificación del programa es:

    $\mathsf{Const}\ \ N : Int;$
    $\mathsf{Var}\ \ a : array[0, N)\ \ of\ \ Int; r : Int;$
    $\{P : N \geq 2\}$
    S
    $\{Q : r = \langle \mathrm{Max}\ \ p, q\ \ : 0 \leq p < q < N :\ \ a.p - a.q \,\rangle\}$

14. (Segmento de suma máxima) Dado un arreglo de enteros, se debe guardar en una variable la suma del segmento de suma máxima del arreglo.

    La especificación del programa es:

    $\mathsf{Const}\ \ N : Int;$
    $\mathsf{Var}\ \ a : array[0, N)\ \ of\ \ Int; r : Int;$
    $\{P : N \geq 0\}$
    S
    $\{Q : r = \langle \mathrm{Max}\ \ p, q\ \ : 0 \leq p \leq q \leq N :\ \ sum.p.q \,\rangle$
    $\quad [\![sum.p.q = \langle \textstyle\sum i\ \ : p \leq i < q :\ \ a.i \,\rangle]\!]\}$

15. (Cantidad de productos positivos) Derivar un programa para la siguiente especificación:

    $\mathsf{Const}\ \ M : Int;$
    $\mathsf{Var}\ \ a : array[0, M)\ \ of\ \ Int; r : Int;$
    $\{P : M \geq 0\}$
    S
    $\{Q : r = \langle N\, p, q\ \ : 0 \leq p < q < M :\ \ a.p * a.q \geq 0 \,\rangle\}$

16. Derivar un programa para la siguiente especificación:

    $\mathsf{Const}\ \ N : Int;$
    $\mathsf{Var}\ \ a : array[0, N)\ \ of\ \ Int; r : Int;$
    $\{P : N \geq 2\}$
    S
    $\{Q : r = \big\langle \mathrm{Max}\ \ p, q\ \ : 0 \leq p < q < N :\ \ (a.p - a.q)^2 \,\big\rangle\}$

17. Derivar un programa para la siguiente especificación:

    Const $N : Int$;
    Var $a : array[0, N)\ of\ Int; r : Int$;
    $\{P : N \geq 2\}$
     S
    $\{Q : r \equiv \langle\, \exists p, q\ : 0 \leq p < q < N :\ a.p - a.q \leq 8 \,\rangle\}$

    Ayuda: reescribir la postcondición usando el operador de mínimo.

Ejercicio extra

18. Dada la siguiente especificación:

    Const $N : Int$;
    Var $a : array\ [0, N)\ of\ Int$
        $k, e : Int$;
    $\{P :\ \langle\, \exists i\ : 0 \leq i < N :\ a.i = e \,\rangle\}$
     S
    $\{Q :\ 0 \leq k \wedge \langle\, \forall i\ : 0 \leq i < k :\ a.i \neq e \,\rangle \wedge a.k = e\}$

    donde el arreglo a y la variable e no cambian.

    Decir en palabras que hace el programa y derivarlo.