

# Algoritmos y Estructuras de Datos I - Recursado - 2010

## Práctico 0: Cálculo Proposicional-Especificaciones

1. Demostrar los siguientes teoremas del Cálculo Proposicional acerca de la conjunción.

- a) *Asociatividad de la conjunción:*  $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ .
- b) *Idempotencia de la conjunción:*  $p \wedge p \equiv p$ .
- c) *Neutro de la conjunción:*  $p \wedge \text{true} \equiv p$ .

2. Demostrar la *Relación entre  $\vee$  y  $\neq$ :*  $p \neq q \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ .

3. Demostrar las *Leyes de Absorción:*

- a)  $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ .
- b)  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ .

4. Demostrar el *Teorema de De Morgan* para la conjunción:  $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ .

5. Demostrar los siguientes teoremas.

- a) *Debilitamiento para  $\wedge$ :*  $p \wedge q \Rightarrow p$ .
- b) *Relación  $\Rightarrow, \Leftarrow$ :*  $p \Rightarrow q \equiv q \Leftarrow p$ .
- c) *Intercambio para  $\Rightarrow$ :*  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv p \wedge q \Rightarrow r$ .
- d) *Doble implicación:*  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \equiv q$ .
- e) *Contrarrecíproca:*  $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$ .
- f) *Modus ponens:*  $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ .
- g) *Modus tollens:*  $(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$ .
- h) *Transitividad:*  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ .
- i) *Monotonía conjunción:*  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge r)$ .
- j) *Monotonía disjunción:*  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \vee r \Rightarrow q \vee r)$ .

6. Especificar en el lenguaje del Cálculo de Predicados.

- a) todo aquel que es rey gobierna en su país.
- b) si existe alguien disconforme todos son responsables.
- c) el número que sigue de cualquier par es impar.
- d) hay un número entero cuyo cuadrado es mayor que 20 y su raíz es par.
- e)  $x$  es el mayor de los números reales cuya imagen por  $f$  es menor que 4.
- f) todo número entero tiene un entero inmediatamente mayor.
- g)  $f : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$  **no** tiene un valor máximo.
- h)  $m$  es el menor valor que asume  $f : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$ .
- i)  $x$  es el menor argumento de  $f : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$  que la anula.
- j)  $m$  es el segundo menor valor que asume  $f : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$ .
- k) la función  $g : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$  tiene al menos dos ceros.

7. Especificaciones con listas.

- a) Las listas  $xs$  e  $ys$  tienen los mismos elementos.
- b)  $n$  es el menor entero par en  $xs$ .
- c)  $n$  es el menor entero tal que  $xs.n$  es par.
- d) El primer elemento de  $xs$  es el máximo.
- e) Todos los elementos de la lista  $xs$  son distintos.
- f)  $xs$  es un segmento de  $ys$ .
- g)  $xs$  e  $ys$  tienen un segmento no vacío en común.
- h)  $zs$  es el mayor segmento común entre  $xs$  e  $ys$ .
- i) La lista  $xs$  es capicúa.