

# Algoritmos y Estructuras de Datos I - Recursado - 2010

## Práctico 0: Cálculo Proposicional-Especificaciones

1. Demostrar los siguientes teoremas del Cálculo Proposicional acerca de la conjunción.

a) *Asociatividad de la conjunción*:  $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ .

b) *Idempotencia de la conjunción*:  $p \wedge p \equiv p$ .

c) *Neutro de la conjunción*:  $p \wedge \text{true} \equiv p$ .

2. Demostrar la *Relación entre  $\vee$  y  $\neq$* :  $p \neq q \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ .

3. Demostrar las *Leyes de Absorción*:

a)  $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ .

b)  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ .

4. Demostrar el *Teorema de De Morgan* para la conjunción:  $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ .

5. Demostrar los siguientes teoremas.

a) *Debilitamiento para  $\wedge$* :  $p \wedge q \Rightarrow p$ .

b) *Relación  $\Rightarrow, \Leftarrow$* :  $p \Rightarrow q \equiv q \Leftarrow p$ .

c) *Intercambio para  $\Rightarrow$* :  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv p \wedge q \Rightarrow r$ .

d) *Doble implicación*:  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \equiv q$ .

e) *Contrarrecíproca*:  $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$ .

f) *Modus ponens*:  $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ .

g) *Modus tollens*:  $(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$ .

h) *Transitividad*:  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ .

i) *Monotonía conjunción*:  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge r)$ .

j) *Monotonía disjunción*:  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \vee r \Rightarrow q \vee r)$ .

6. Especificar en el lenguaje del Cálculo de Predicados.

a) todo aquel que es rey gobierna en su país.

b) si existe alguien disconforme todos son responsables.

c) el número que sigue de cualquier par es impar.

d) hay un número entero cuyo cuadrado es mayor que 20 y su raíz es par.

e)  $x$  es el mayor de los números reales cuya imagen por  $f$  es menor que 4.

f) todo número entero tiene un entero inmediatamente mayor.

g)  $f : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$  **no** tiene un valor máximo.

h)  $m$  es el menor valor que asume  $f : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$ .

i)  $x$  es el menor argumento de  $f : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$  que la anula.

j)  $m$  es el segundo menor valor que asume  $f : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$ .

k) la función  $g : \text{Num} \rightarrow \text{Num}$  tiene al menos dos ceros.

7. Especificaciones con listas.

- a) Las listas  $xs$  e  $ys$  tienen los mismos elementos.
- b)  $n$  es el menor entero par en  $xs$ .
- c)  $n$  es el menor entero tal que  $xs.n$  es par.
- d) El primer elemento de  $xs$  es el máximo.
- e) Todos los elementos de la lista  $xs$  son distintos.
- f)  $xs$  es un segmento de  $ys$ .
- g)  $xs$  e  $ys$  tienen un segmento no vacío en común.
- h)  $zs$  es el mayor segmento común entre  $xs$  e  $ys$ .
- i) La lista  $xs$  es capicúa.