



PROGRAMA DE ASIGNATURA

ASIGNATURA: Teoría de Categorías	AÑO: 2011
CARÁCTER: Optativa	
CARRERA/s: Licenciatura en Ciencias de la Computación	
RÉGIMEN: cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120
UBICACIÓN en la CARRERA: quinto año	

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Podría decirse que la Teoría de Categorías estudia las propiedades de las funciones de una manera abstracta: aquéllas que se derivan exclusivamente de la posibilidad de componerlas. Enseguida las funciones pasan a ser tan solo un ejemplo (importante) de Categoría, pero surgen muchísimas otras que comparten con las funciones el tener definida una noción de composición.

Esta abstracción posee muchísimas aplicaciones en Ciencias de la Computación: en efecto, no solamente las funciones son ya un ejemplo importante para esta disciplina, sino que los propios lenguajes de programación constituyen categorías, como así también los sistemas lógicos que se utilizan para razonar sobre programas.

El objetivo de la materia es familiarizar al alumno con los conceptos básicos de teoría de categorías, con su lenguaje particular, con la manera de expresar conceptos conocidos categóricamente, con los múltiples ejemplos existentes (en computación y en matemática), con los resultados más importantes del área. Es también un objetivo que el alumno alcance a apreciar el poder de la abstracción que la teoría propone, que permite identificar categóricamente conceptos aparentemente independientes.

CONTENIDOS

Unidad I: Conceptos Básicos

Grafos, grafos finitos e infinitos, grafos localmente finitos. Funciones. Categorías, definición, primeras observaciones. Demostración gráfica, demostración ecuacional. Ejemplos de categorías. Con grafos: categorías elementales. Con funciones: la categoría Set y algunas de sus subcategorías habituales. Categoría de las funciones parciales. Con programas: las categorías lambda flecha, y de estados.

Categorías concretas: categorías de conjuntos con estructura (ejemplo: de monoides, de grupos). El conjunto $\text{Hom}(A,A)$ como monoide. Un poset visto como categoría. La categoría de los posets. Homomorfismo de grafos. La categoría Graph. Funtores. Ejemplos. La categoría Cat. Categorías pequeñas y grandes. Categorías localmente pequeñas.

Unidad II: Límites y colímites

Isomorfismo. Objetos isomorfos. Objetos inicial y terminal. Unicidad. Objetos iniciales y finales de un poset, sus isomorfismos. Construcción de una categoría a partir de un grafo; la categoría de los caminos en un grafo. La categoría de relaciones binarias.

Subcategoría. Equivalencia con funtores inyectivos. Categoría opuesta. Principio de dualidad. Producto Cartesiano, definición, unicidad, ecuaciones, ejemplos. Producto de categorías. Ejemplo de producto: en Set, en categorías discretas, en un preorden, en el cálculo lambda, en rel. Definición de producto usando hom-sets. Co-producto, definición, ejemplos. Prueba de asociatividad del producto. La categoría de los conjuntos punteados.

Monomorfismos y epimorfismos. Ecuales. Coecuales. Pullbacks. Equivalencia entre: (pullbacks + objeto terminal) y (productos finitos + ecualizadores). Categorías de flechas (Categoría Slice, Coslice y Flecha). Funtores dom y cod. Funtores representables covariantes. Funtores producto y pullback. Definición de Diagrama, Cono y Límite. Equivalencia entre (productos finitos + ecualizadores) y límites finitos. Generalización al caso infinito. Cocono y Colímite.

Unidad III: Categorías Cartesianas Cerradas

Exponenciales: motivación, definición, categorías cartesianas cerradas. Ejemplos. Propiedades. Ejemplos de exponenciales de lógica y computación: Álgebras de Heyting. Lógica proposicional intuicionista. Cálculo lambda. Álgebras de Heyting como modelo de la lógica proposicional intuicionista. Categorías cartesianas cerradas como modelo del cálculo lambda. Comparación entre estas dos correspondencias.

Límites y colímites en Cat. La categoría de funtores entre dos categorías. Transformaciones naturales. Isomorfismos naturales. Ejemplos. Límites y colímites de la categoría D^C . Funtores representables contravariantes. Definición alternativa de producto cartesiano en una categoría localmente pequeña. Lema bifunctor. La categoría D^C es el exponencial de la categoría Cat. Ejemplos.

Categorías functoriales. Funtores full y faithful. Equivalencia entre categorías. Ejemplos.

Unidad IV: Yoneda

Funtores a la categoría de conjuntos. Embedding de Yoneda. Lema de Yoneda. Aplicaciones. Límites, colímites, exponenciales. Toposes.

Unidad V: Conceptos avanzados

Adjunciones. Definiciones. Ejemplos. Orden. Cuantificadores. Categorías cartesianas localmente cerradas.

Mónadas. Mónadas y adjunciones. Álgebras de una mónada. Comónadas y cóalgebras.

Trabajos prácticos especiales

Numerosos ejercicios que se encuentran intercalados en los apuntes de la materia accesibles desde <http://cs.famaf.unc.edu.ar/wiki/doku.php?id=categorias:main>

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Steve Awodey Category Theory, 2006.

Andrea Asperti y Giuseppe Longo Categories, Types, and Structures: An Introduction to Category Theory for the Working Computer Scientist, 1991.

Michael Barr y Charles Wells Category Theory, 1999.

Benjamin C. Pierce Basic Category Theory for Computer Scientist, 1991.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

F. William Lawvere, Stephen H. Schanuel Conceptual Mathematics: A First Introduction to Categories, 1991.

Jirí Adámek, Horst Herrlich y George E. Strecker Abstract and Concrete Categories: The Joy of Cats, 1990, 2004.

Saunders Mac Lane Categories for the Working Mathematician, 1971.

Jaap van Oosten Basic Category Theory, 1995.

A. Schalk y H. Simmons An Introduction to Category Theory in four easy movements, 2005.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

Dictado de dos clases semanales de 2 horas más 2 consultas semanales de 1 hora. Existen abundantes ejercicios, algunos de los cuales se seleccionan y resuelven durante el dictado.

EVALUACIÓN

Se realizan dos parciales de modo take-home con una lista de ejercicios que abarca todos los temas dictados. La aprobación de los parciales es el requisito para obtener la regularidad.

La evaluación final es a través de un examen oral integrador que incluye la defensa de los ejercicios resueltos en los parciales.