Lenguajes y Compiladores - TP 10 Continuación - Año 2012

Contenidos: *Un sistema de tipos simple.*

(1) Para cada una de las siguientes expresiones determinar si la misma tiene un juicio de tipos válido. Si lo tiene encontrarlo, si no lo tiene explicar por qué.
   (a) $(\lambda \langle \mathsf{x}, \mathsf{y} \rangle .\mathsf{x}) \langle 3, \mathbf{true} \rangle$
   (b) $\lambda \mathsf{p}.\lambda \mathsf{x}.\mathbf{if}\ \mathsf{p}\ \mathsf{x}\ \mathbf{then}\ \mathsf{x}\ \mathbf{else}\ 0$
   (c) $(\lambda \mathsf{x}.\mathsf{x})(\lambda \mathsf{x}.\mathsf{x})$
   (d) $(\lambda \mathsf{f}.\lambda \mathsf{x}.\mathsf{f}(\mathsf{f}\ \mathsf{x}))(\lambda \mathsf{x}.\mathsf{x})$
   (e) $\mathbf{let}\ \mathsf{i} \equiv \lambda \mathsf{x}.\mathsf{x}\ \mathbf{in}\ \mathsf{i}\ \mathsf{i}$

(2) Considere la siguiente expresión:

$$
\begin{array}{l}
\mathbf{letrec}\ taut \equiv \lambda n.\lambda f. \\
\quad \mathbf{if}\ n = 0\ \mathbf{then}\ f\ \mathbf{else} \\
\quad\quad \mathbf{if}\ taut(n-1)(f\ \mathbf{true})\ \mathbf{then}\ taut(n-1)(f\ \mathbf{false}) \\
\quad\quad \mathbf{else\ false} \\
\mathbf{in}\ taut
\end{array}
$$

Puede esta expresión ser tipada usando el sistema de tipos dado en clase? Si la respuesta es afirmativa, dar el tipo, sino justificar por qué.

(3) Dar la semántica intrínseca de **rec** en el lenguaje aplicativo tipado.

(4) ¿Cómo modificaría la semántica intrínseca del lenguaje aplicativo tipado para que el lenguaje sea eager?

(5) Probar que si $\pi \vdash e : \theta$ y $v \notin FV(e)$ entonces $\pi, v : \theta' \vdash e : \theta$.

(6) Demostrar que el operador de punto fijo Y no tiene tipo.

(7) Considere las reglas de tipado explícito. Dar una prueba directa utilizando inducción en la derivación de la siguiente proposición: si $\pi \vdash P : \theta_1$ y $\pi \vdash P : \theta_2$ entonces $\theta_1 = \theta_2$.