

Apellido y Nombre:
email:

nota

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Lenguajes y Compiladores

Primer Examen Parcial

30/4/2014

1. Considere la ecuación recursiva que describe a una función de \mathbf{Z} en \mathbf{Z}_\perp :

$$f\ n = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ f(-n) & \text{si } n \text{ par, } n > 0 \\ f(n+2) & \text{caso contrario} \end{cases}$$

- a) Proponga (sin calcular) una función $g \in \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp$ que sea la menor solución de la ecuación, considerando $\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp$ como un dominio.
 b) Calcule $F^3 \perp_{\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp}$, donde F es la función de $(\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp)$ en $(\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp)$ que permite obtener g como el menor punto fijo.
 c) ¿Es interesante la cadena $F^0 \perp_{\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp} \leq F^1 \perp_{\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp} \leq F^2 \perp_{\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp} \leq \dots$?
 d) ¿Para qué valores de n la cadena

$$F^0 \perp_{\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp} n \leq F^1 \perp_{\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp} n \leq F^2 \perp_{\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp} n \leq \dots$$

es idénticamente igual a $\bigsqcup_{k \geq 0} F^k \perp_{\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_\perp} n$?

2. a) Compare los siguientes elementos del dominio $\Sigma \rightarrow \Sigma_\perp$ (puede hacer un diagrama de Hasse):

- (i) $\llbracket \mathbf{while}\ x > 0\ \mathbf{do}\ \mathbf{if}\ x < 3\ \mathbf{then}\ x := x - 1\ \mathbf{else}\ x := 0 \rrbracket$
 (ii) $\lambda\sigma. [\sigma|x : 0]$
 (iii) $\llbracket x := 0; \mathbf{while}\ b_0\ \mathbf{do}\ \mathbf{skip} \rrbracket$
 (iv) $\llbracket x := 0; \mathbf{while}\ b_0 \vee b_1\ \mathbf{do}\ \mathbf{skip} \rrbracket$

- b) Defina una cadena interesante en $\Sigma \rightarrow \Sigma_\perp$ que tenga a $\lambda\sigma. [\sigma|x : 0]$ como supremo.

3. a) Considere el comando c definido en (2)(i). Calcule su semántica hallando $\bigsqcup_{i \geq 0} F^i \perp_{\Sigma \rightarrow \Sigma_\perp}$. Explique cómo lo obtiene desde $F^k \perp_{\Sigma \rightarrow \Sigma_\perp}$.

- b) Considere el comando c definido en (2)(iii). ¿Vale $\llbracket c \rrbracket \sigma = F^2 \perp_{\Sigma \rightarrow \Sigma_\perp} [\sigma|x : 0]$? (Aquí F es la función asociada al **while**.)

4. a) Dé la ecuación semántica del **newvar** de LIS.
 b) Pruebe el caso **newvar** del Teorema de Coincidencia para LIS. Primero enúncielo.

5. a) Enuncie el Teorema de Sustitución para el lenguaje LIS.
 b) Muestre con un contraejemplo que el TS no es cierto si se quita la hipótesis de inyectividad sobre δ . Para esto dé un programa c , una sustitución δ , y estados σ, σ' que satisfagan la hipótesis del TS, pero no la tesis.

6.
 - a) Sea $c = \mathbf{while} \ x > 2 \ \mathbf{do} \ \mathbf{if} \ x = 3 \ \mathbf{then} \ \mathbf{skip} \ \mathbf{else} \ x := x - 3$.
 - b) Dé explícitamente la función F del while de la forma más simple posible.
 - c) Calcule $F^1 \perp_{\Sigma \rightarrow \Sigma_{\perp}}$ y $F^2 \perp_{\Sigma \rightarrow \Sigma_{\perp}}$. Obtenga una expresión sencilla para cada uno de ellos.
 - d) Dé un programa en el Lenguaje Imperativo Simple que tenga como semántica denotacional $F^2 \perp_{\Sigma \rightarrow \Sigma_{\perp}}$.

7.
 - a) Sea Ω el dominio descrito para dar semántica denotacional al lenguaje imperativo simple con fallas y output. Describa todas las cadenas no interesantes de Ω .
 - b) Dé un programa cuya semántica sea $\langle 1, 2, 3 \rangle$.

8. Sea $c = \mathbf{newvar} \ x := 2 \ \mathbf{in} \ ((\mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ x := x - 1); \mathbf{fail})$
 - a) Dé la secuencia de transiciones que demuestra que $\langle c, \sigma \rangle \rightarrow^* \langle \mathbf{abort}, \sigma \rangle$.
 - b) Dé (sin calcular) $\llbracket \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ x := x - 1 \rrbracket [\sigma | x : 2]$.
 - c) Utilice la semántica denotacional para demostrar que $\llbracket c \rrbracket \sigma = \langle \mathbf{abort}, \sigma \rangle$. (No calcule la semántica de la iteración, use la dada en el punto anterior.)

9.
 - a) Defina el concepto de predominio.
 - b) Defina el orden y el supremo en el dominio $\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_{\perp}$.
 - c) Defina el concepto de función continua entre predominios.

10. Enuncie los Teoremas de Sustitución y Renombre para LIS. Luego demuestre el Teorema de Renombre utilizando el de Sustitución