Lenguajes y Compiladores - Trabajo práctico 2 - Año 2006

(1) Caracterizar todas las funciones continuas en los siguientes dominios:
 (a) de $\mathbb{B}_\perp$ en $\mathbb{B}_\perp$.
 (b) de $\mathbb{N}_\perp$ en $\mathbb{N}_\perp$.
 (c) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}_\perp$.
 (d) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}^\infty$.

(2) En cada uno de los casos del ejercicio 1 indicar cuáles son estrictas y cuáles no.

(3) En cada uno de los casos del ejercicio 1 dar, si existen, ejemplos de funciones
 (a) no continuas pero estrictas,
 (b) ni continuas ni estrictas.

(4) Demostrar (las referencias son al libro de Reynolds):
 (a) la Proposición 2.1.
 (b) la Proposición 2.2.
 (c) la Proposición 2.3.
 (d) la Proposición 2.4.
 (e) el Teorema de Punto Fijo (Proposición 2.5).

(5) Caracterizar todas las funciones continuas
 (a) de Σ en $\Sigma_\perp$.
 (b) estrictas de $\Sigma_\perp$ en $\Sigma_\perp$.
 (c) no estrictas de $\Sigma_\perp$ en $\Sigma_\perp$.

(6) Calcular la menor $f \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$ que satisface la siguiente ecuación
 (a) $f\ n = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ n * f\ (n-1) & n \neq 0 \end{cases}$
 (b) $f\ n = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ 1 & n = 1 \\ f\ (n-1) & n \neq 1, 0, -1, \ldots, -10 \wedge n \leq 10 \\ f\ (n+1) & n \neq 0, 1, \ldots, 10 \wedge n \geq -10 \end{cases}$

Notar que n corre sobre todo $\mathbb{Z}$. Asumir que la multiplicación y la suma son estrictas.

(7) Caracterizar las funciones que satisfacen la ecuación

$$f\ n = \begin{cases} f(n-1) & n < 0 \\ 1 & n = 0 \\ n * f\ (n-1) & n > 0 \end{cases}$$

Comparar esta ecuación con la primera ecuación del ejercicio 6. ¿Tienen las mismas soluciones?

(8) ¿Cuáles funciones satisfacen la segunda ecuación del ejercicio 6?

(9) Escribir una ecuación para $f \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$ que sea satisfecha unícamente por las funciones que
  (a) son constantes para los enteros pares y se comportan como la identidad para los impares.
  (b) que toman un valor para las potencias de 2 (salvo 1 y -1), otro para las de 3 (ídem), otro para las de 5, y 0 para el resto.

En cada caso, ¿Cuál es la menor función que satisface la ecuación?

(10) Calcular todas las $f : \Sigma \to \Sigma_\perp$ tales que:
  (a) $f\ \sigma = \begin{cases} f\ (\sigma \mid x : \sigma\ x - 1 \mid y : \sigma\ y + 1) & \sigma\ x \neq 0 \\ \sigma & c.c. \end{cases}$
  (b) $f\ \sigma = \begin{cases} f\ (\sigma \mid y : \sigma\ y + 1) & \sigma\ x \neq 0 \\ \sigma & c.c. \end{cases}$

Calcular además la f menos definida que satisface la ecuación.

(11) Calcular y demostrar la menor $f \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$ que satisface la ecuación

$$f\ n = \begin{cases} 0 & n = 1 \\ 1 + f\ (n/2) & n \text{ par} \\ f\ (n-1) & n \neq 1 \text{ impar} \end{cases}$$

(12) Demostrar que $(\_)_\perp$ y $(\_)_{\perp\!\!\perp}$ son continuas.

(13) Demostrar que las funciones $(\_)_* \in (\Sigma \to \hat{\Sigma}_\perp) \to (\hat{\Sigma}_\perp \to \hat{\Sigma}_\perp)$ y $(\_)_\dagger \in (\Sigma \to \Sigma) \to (\hat{\Sigma}_\perp \to \hat{\Sigma}_\perp)$ son continuas.