

Lenguajes y Compiladores - Guía 2 - Año 2012

Contenidos: *Sintaxis y semántica de la lógica de predicados. Variables y ligadura. Sustitución. Propiedades.*

- (1) Considere los siguientes predicados (con la semántica dada en el teórico).

$$x \div y = z$$

$$\exists r.(0 \leq r < y) \wedge (x = y * z + r)$$

- (a) Dé un estado en el cual estos predicados tienen distinta semántica.
- (b) Caracterizar los $\sigma \in \Sigma$ para los cuales estos predicados tienen la misma semántica.
- (2) Extienda las expresiones enteras para la sumatoria; luego defina la semántica de la nueva expresión. Recuerde las propiedades que debe tener una función para ser una semántica.
- (3) En cada una de las siguientes expresiones, ¿cuáles son las ocurrencias ligadoras, cuáles las ligadas y cuáles las libres?
- (a) $\forall x. \forall z. x < t \wedge t \leq z \Rightarrow \exists y. x \leq y \wedge y < z$
- (b) $\forall x. \exists y. (x < z \Rightarrow x \leq y \wedge y < z)$
- (c) $x > 0 \Rightarrow (\forall y. y \geq x \Rightarrow \exists x. x > 0 \wedge x < y)$.
- (d) $\sum_{i=0}^n (k * \sum_{k=1}^i (i - k) * k)$.
- (4) Dé el resultado de la sustitución simultánea:
- (a) t por $x + y + z$ en $\forall x. \forall z. x < t \wedge t \leq z \Rightarrow \exists y. x \leq y \wedge y < z$
- (b) y por x , z por y y x por z en $x > 0 \Rightarrow (\forall y. y \geq x \Rightarrow \exists x. x > 0 \wedge x < y)$.
- (5) Dé un ejemplo que muestre que si hacemos reemplazo sintáctico en lugar de sustitución, podemos alterar la semántica.
- (6) Pruebe por inducción en los predicados:

$$FV(p/\delta) = \bigcup_{w \in FV(p)} FV(\delta w)$$

- (7) Enunciar y demostrar de manera detallada el Teorema de Coincidencia para la Lógica de Predicados.
- (8) Sean $p, q \in \langle \theta \rangle$, usar el teorema de sustitución para demostrar que si $\llbracket p \rrbracket_{\theta} = \llbracket q \rrbracket_{\theta}$ entonces para todo $\delta \in \Delta$, $\llbracket p/\delta \rrbracket_{\theta} = \llbracket q/\delta \rrbracket_{\theta}$.
- (9) ¿Vale el recíproco? Es decir, dados $p, q \in \langle \theta \rangle$, si para todo $\delta \in \Delta$, $\llbracket p/\delta \rrbracket_{\theta} = \llbracket q/\delta \rrbracket_{\theta}$, ¿se cumple necesariamente $\llbracket p \rrbracket_{\theta} = \llbracket q \rrbracket_{\theta}$?