

## Lenguajes y Compiladores - Guía 2 - Año 2013

**Contenidos:** *Sintaxis y semántica de la lógica de predicados. Variables y ligadura. Sustitución. Propiedades.*

1. Considere los siguientes predicados (con la semántica dada en el teórico).

$$x \div y = z$$

$$\exists r.(0 \leq r < y) \wedge (x = y * z + r)$$

- a) Dé un estado en el cual estos predicados tienen distinta semántica.
  - b) Caracterizar los  $\sigma \in \Sigma$  para los cuales estos predicados tienen la misma semántica.
2. Extienda las expresiones enteras para la sumatoria; luego defina la semántica de la nueva expresión. Recuerde las propiedades que deben tener un conjunto de ecuaciones para que definan una función semántica.

3. En cada una de las siguientes expresiones, ¿cuáles son las ocurrencias ligadoras, cuáles las ligadas y cuáles las libres?

$$a) \forall x. \forall z. x < t \wedge t \leq z \Rightarrow \exists y. x \leq y \wedge y < z$$

$$b) x > 0 \Rightarrow (\forall y. y \geq x \Rightarrow \exists x. x > 0 \wedge x < y).$$

$$c) \sum_{i=0}^n (k * \sum_{k=1}^i (i - k) * k).$$

4. Dé el resultado de la sustitución simultánea:

$$a) t \text{ por } x + y + z \text{ en } \forall x. \forall z. x < t \wedge t \leq z \Rightarrow \exists y. x \leq y \wedge y < z$$

$$b) y \text{ por } x, z \text{ por } y \text{ y } x \text{ por } z \text{ en } x > 0 \Rightarrow (\forall y. y \geq x \Rightarrow \exists x. x > 0 \wedge x < y).$$

5. Dé un ejemplo que muestre que si hacemos reemplazo sintáctico en lugar de sustitución, podemos alterar la semántica.
6. Pruebe por inducción en los predicados:

$$FV(p/\delta) = \bigcup_{w \in FV(p)} FV(\delta w)$$

7. Enunciar y demostrar de manera detallada el Teorema de Coincidencia para la Lógica de Predicados.
8. Sean  $p, q \in \langle \theta \rangle$ , usar el teorema de sustitución para demostrar que si  $\llbracket p \rrbracket_{\theta} = \llbracket q \rrbracket_{\theta}$  entonces para todo  $\delta \in \Delta$ ,  $\llbracket p/\delta \rrbracket_{\theta} = \llbracket q/\delta \rrbracket_{\theta}$ .
9. ¿Vale el recíproco? Es decir, dados  $p, q \in \langle \theta \rangle$ , si para todo  $\delta \in \Delta$ ,  $\llbracket p/\delta \rrbracket_{\theta} = \llbracket q/\delta \rrbracket_{\theta}$ , ¿se cumple necesariamente  $\llbracket p \rrbracket_{\theta} = \llbracket q \rrbracket_{\theta}$ ?