

### Lenguajes y Compiladores - Guía 3 - Año 2013

**Contenidos:** Ordenes parciales completos, Dominios, Funciones continuas, Teorema del Punto fijo.

- (1) Hacer diagramas que representen los siguientes dominios, si es posible.

- |   |   |
|---|---|
| (a) $\mathbb{B}_\perp$                        | (b) $\mathbb{N}_\perp$                                |
| (c) $\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{B}_\perp$ | (d) $\mathbb{N}$ con el orden usual                   |
| (e) $\mathbb{N}^\infty$                       | (f) $\mathbb{N}^\infty \rightarrow \mathbb{N}^\infty$ |

- (2) Calcule, en caso de existir, el supremo de los siguientes conjuntos:

- (a)  $A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par}\}$  en  $\mathbb{N}_\perp$   
(b)  $A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par}\}$  en  $\mathbb{N}^\infty$   
(c)  $A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es primo}\}$  en  $\mathbb{N}^\infty$   
(d)  $A = \{V, F\}$  en  $\mathbb{B}_\perp$   
(e)  $\mathcal{F} = \{f_n : n \in \mathbb{N}\}$  en  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_\perp$ , donde

$$f_n x = \begin{cases} x & \text{si } |x - 10| < \log(n + 1) \\ \perp & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- (f)  $\mathcal{F} = \{f_n : n \in \mathbb{N}\}$  en  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_\perp$ , donde

$$f_n x = \begin{cases} 1 & \text{si } x|n \\ \perp & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- (3) Caracterizar todas las funciones continuas en los siguientes dominios:

- |  |   |
|--|---|
| (a) de $\mathbb{B}_\perp$ en $\mathbb{B}_\perp$  | (b) de $\mathbb{N}_\perp$ en $\mathbb{N}_\perp$   |
| (c) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}_\perp$ | (d) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}^\infty$ |

- (4) En cada uno de los casos del ejercicio ?? indicar cuáles son estrictas y cuáles no.

- (5) En cada uno de los casos del ejercicio ?? dar, si existen, ejemplos de funciones

- (a) no continuas pero estrictas,  
(b) ni continuas ni estrictas.

(6) Considere las siguientes  $F \in (\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_\perp) \rightarrow (\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_\perp)$ ,

$$F f = \begin{cases} f & \text{si } f \text{ es una funci3n total} \\ \perp_{\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_\perp} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$F f n = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ f(n-2) & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- (a) Determine si  $F$  es continua.  
 (b) Calcule  $F^{(i)} \perp_{\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_\perp}$ , para  $i = 0, 1, 2$ .

(7) Calcular la menor  $f \in \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_\perp$  que satisface la siguiente ecuaci3n

$$f n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ n * f(n-1) & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$

Notar que  $n$  corre sobre todo  $\mathbb{Z}$ . Asumir que la multiplicaci3n y la suma son estrictas.

(8) Caracterizar las funciones que satisfacen la ecuaci3n

$$f n = \begin{cases} f(n-1) & \text{si } n < 0 \\ 1 & \text{si } n = 0 \\ n * f(n-1) & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

Comparar esta ecuaci3n con la primera ecuaci3n del ejercicio ??.  
 ¿Tienen las mismas soluciones?

(9) Demostrar que  $(\_)_\perp$  y  $(\_)_{\perp\perp}$  son continuas.

(10) Calcular la menor  $f : \Sigma \rightarrow \Sigma_\perp$  tal que:

$$f \sigma = \begin{cases} f(\sigma \mid x : \sigma x - 1 \mid y : \sigma y + 1) & \text{si } \sigma x \neq 0 \\ \sigma & \text{en caso contrario} \end{cases}$$