

## Lenguajes y Compiladores - Trabajo práctico 7 - Año 2013

**Temas:** Cálculo Lambda, Reducción, órdenes de reducción, evaluación, Semántica denotacional de la evaluación eager y normal.

- (1) Considerar las siguientes expresiones lambda:
  - (a)  $(\lambda f.\lambda x.f(fx))(\lambda z.\lambda x.\lambda y.zyx)(\lambda z.\lambda w.z)$ .
  - (b)  $(\lambda z.zz)(\lambda f.\lambda x.f(fx))$ .
  - (c)  $(\lambda x.x(\lambda z.z)(\lambda z.(\lambda x.x)z))(\lambda y.(\lambda z.zzz)(y(\lambda x.\lambda y.x)))(\lambda x.x)$ .Para cada expresión  $e$ :
  - (a) Reducir a su forma normal  $e_0$  mediante el orden normal. Indicar la primer forma canónica  $e_1$ .
  - (b) Demostrar utilizando las reglas de reducción:  $e \rightarrow^* e_0$ .
  - (c) Demostrar usando las reglas de evaluación:  $e \Rightarrow e_1$ .
- (2) Repetir el ejercicio anterior para la modalidad *eager*.
- (3) Demostrar que una aplicación cerrada no puede ser una forma normal.
- (4) Utilizar el ejercicio anterior para dar una gramática que caracterice las formas normales.
- (5) Considerar las expresiones lambda:
$$\begin{aligned} TRUE &\doteq \lambda x.\lambda y.x & AND &\doteq \lambda b.\lambda c.\lambda x.\lambda y.b(cxy)y \\ FALSE &\doteq \lambda x.\lambda y.y & NOT &\doteq \lambda b.\lambda x.\lambda y.byx \\ IF &\doteq \lambda b.\lambda x.\lambda y.bxy \end{aligned}$$

Demostrar:

$$\begin{aligned} NOT TRUE &\rightarrow^* FALSE, \\ IF TRUE e_0 e_1 &\rightarrow^* e_0, \\ AND TRUE TRUE &\rightarrow^* TRUE, \\ AND FALSE e &\rightarrow^* FALSE, \end{aligned}$$

- (6) ¿Cuáles afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas? Justificar.
  - (a) Toda expresión lambda cerrada tiene forma normal.
  - (b) Toda expresión lambda cerrada tiene forma canónica.
  - (c) Toda forma canónica cerrada es forma normal.
  - (d) Toda forma normal cerrada es forma canónica.
  - (e) Si  $e \rightarrow^* e_1$  entonces existe una reducción en orden normal de  $e \rightarrow^* e_1$ .
  - (f) Si  $e \rightarrow^* e_1$  y  $e_1$  es canónica entonces existe una reducción en orden normal de  $e \rightarrow^* e_1$ .

- (g) Si  $e \rightarrow^* e_1$  y  $e_1$  es normal entonces existe una reducción en orden normal de  $e \rightarrow^* e_1$ .
- (7) Para la semántica denotacional del cálculo lambda (definida utilizando  $D_\infty$ ), enunciar y demostrar el Teorema de Sustitución.
- (8) Para la semántica denotacional del cálculo lambda (definida utilizando  $D_\infty$ ), enunciar y demostrar la correctitud de las contracciones  $\beta$  y  $\eta$ .
- (9) Para la semántica denotacional normal del cálculo lambda, ¿Cuáles de esos resultados siguen siendo válidos? Justificar. Para aquellos resultados que no sean válidos, hallar un contraejemplo.
- (10) Para la semántica denotacional eager del cálculo lambda, ¿Cuáles de esos resultados siguen siendo válidos? Justificar. Para aquellos resultados que no sean válidos, hallar un contraejemplo.
- (11) Proponga un enunciado alternativo para el Teorema de Sustitución que sea válido para la semántica denotacional eager.
- (12) Para el término  $(\lambda xy.yx((\lambda x.x) (\lambda z.z))) ((\lambda xy.xy) (\lambda x.x) (\lambda z.z))$
- Dar la evaluación normal.
  - Dar la evaluación eager.