Lenguajes y Compiladores - Guía 3 - Año 2014

Contenidos: Ordenes parciales completos, Dominios, Funciones continuas, Teorema del Punto fijo.

(1) Hacer diagramas que represente los siguientes dominios, si es posible.

(a) $\mathbb{B}_\perp$	(b) $\mathbb{N}_\perp$
(c) $\mathbb{B} \to \mathbb{B}_\perp$	(d) $\mathbb{N}$ con el orden usual
(e) $\mathbb{N}^\infty$	(f) $\mathbb{N}^\infty \to \mathbb{N}^\infty$

(2) Calcule, en caso de existir, el supremo de los siguientes conjuntos:

(a) $A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par}\}$ en $\mathbb{N}_\perp$
(b) $A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par}\}$ en $\mathbb{N}^\infty$
(c) $A = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es primo}\}$ en $\mathbb{N}^\infty$
(d) $A = \{V, F\}$ en $\mathbb{B}_\perp$
(e) $\mathcal{F} = \{f_n : n \in \mathbb{N}\}$ en $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_\perp$, donde

$$f_n x = \begin{cases} x & \text{si } |x-10| < log(n+1) \\ \perp & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

(f) $\mathcal{F} = \{f_n : n \in \mathbb{N}\}$ en $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_\perp$, donde

$$f_n x = \begin{cases} 1 & \text{si } x|n \\ \perp & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

(3) Para cada uno de los siguientes espacios de funciones, de ejemplos de: *(a)* funciones monótonas y no continuas; *(b)* funciones continuas; y *(c)* funciones continuas y estrictas.

(a) de $\mathbb{B}_\perp$ en $\mathbb{B}_\perp$	(b) de $\mathbb{N}_\perp$ en $\mathbb{N}_\perp$
(c) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}_\perp$	(d) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}^\infty$

(4) En cada uno de los casos del ejercicio 3 caracterizar todas las funciones continuas.

(5) En cada uno de los casos del ejercicio 4 indicar cuáles son estrictas y cuáles no.

(6) Considere las siguientes $F \in (\mathbb{N} \to \mathbb{N}_\perp) \to (\mathbb{N} \to \mathbb{N}_\perp)$,

$$F\ f\ = \begin{cases} f & \text{si } f \text{ es una función total} \\ \perp_{\mathbb{N}\to\mathbb{N}_\perp} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$F\ f\ n = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ f(n-2) & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

(a) Determine si F es continua.
(b) Calcule $F^{(i)} \perp_{\mathbb{N}\to\mathbb{N}_\perp}$, para $i = 0, 1, 2$.

(7) Calcular la menor $f \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$ que satisface la siguiente ecuación

$$f\ n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ n * f\ (n-1) & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$

Notar que n corre sobre todo $\mathbb{Z}$. Asumir que la multiplicación y la suma son estrictas.

(8) Caracterizar las funciones que satisfacen la ecuación

$$f\ n = \begin{cases} f(n-1) & \text{si } n < 0 \\ 1 & \text{si } n = 0 \\ n * f\ (n-1) & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

Comparar esta ecuación con la primera ecuación del ejercicio 7. ¿Tienen las mismas soluciones?

(9) Demostrar que $(\_)_\perp$ y $(\_)_{\perp\!\!\perp}$ son continuas.

(10) Calcular la menor $f : \Sigma \to \Sigma_\perp$ tal que:

$$f\ \sigma = \begin{cases} f\ (\sigma \mid x : \sigma\ x - 1 \mid y : \sigma\ y + 1) & \text{si } \sigma\ x \neq 0 \\ \sigma & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

(11) Calcular la menor $f : \Sigma \to \Sigma_\perp$ tal que:

$$f\ \sigma = \begin{cases} f\ (\sigma \mid r : \sigma\, r - \sigma\, y \mid q : \sigma\, q + 1) & \text{si } \sigma\, r > \sigma\, y \\ \sigma & \text{en caso contrario} \end{cases}$$