

Lenguajes y Compiladores - Trabajo práctico 7 - Año 2014

Temas: Semántica de Transiciones, Relación entre la semántica operacional y denotacional.

(1) Considerar las siguientes expresiones lambda:

(a) $(\lambda f.\lambda x.f(fx))(\lambda z.\lambda x.\lambda y.zyx)(\lambda z.\lambda w.z)$.

(b) $(\lambda z.zz)(\lambda f.\lambda x.f(fx))$.

(c) $(\lambda x.x(\lambda z.z)(\lambda z.(\lambda x.x)z))(\lambda y.(\lambda z.zzz)(y(\lambda x.\lambda y.x)))(\lambda x.x)$.

Para cada expresión e :

(a) Reducir a su forma normal e_0 mediante el orden normal. Indicar la primer forma canónica e_1 .

(b) Demostrar utilizando las reglas de reducción: $e \rightarrow e_0$.

(c) Demostrar usando las reglas de evaluación: $e \Rightarrow e_1$.

(2) Dar la evaluación eager, utilizando \Rightarrow_E para cada una de las expresiones del ejercicio anterior.

(3) Demostrar que una aplicación cerrada no puede ser una forma normal.

(4) Considerar las expresiones lambda:

$$TRUE = \lambda x.\lambda y.x$$

$$AND = \lambda b.\lambda c.\lambda x.\lambda y.b(cxy)y$$

$$FALSE = \lambda x.\lambda y.y$$

$$NOT = \lambda b.\lambda x.\lambda y.byx$$

$$IF = \lambda b.\lambda x.\lambda y.bxy$$

Demostrar:

(a) $NOT\ TRUE \rightarrow^* FALSE$,

(b) $IF\ TRUE\ e_0\ e_1 \rightarrow^* e_0$,

(c) $AND\ TRUE\ TRUE \rightarrow^* TRUE$,

(d) $AND\ FALSE\ e \rightarrow^* FALSE$,

(5) ¿Cuáles afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas? Justificar.

(a) Toda expresión lambda cerrada tiene forma normal.

(b) Toda expresión lambda cerrada tiene forma canónica.

(c) Toda forma canónica cerrada es forma normal.

(d) Toda forma normal cerrada es forma canónica.

(e) Si $e \rightarrow^* e_1$ entonces existe una reducción en orden normal de $e \rightarrow^* e_1$.

(f) Si $e \rightarrow^* e_1$ y e_1 es canónica entonces existe una reducción en orden normal de $e \rightarrow^* e_1$.

- (6) Para la semántica denotacional del cálculo lambda (definida utilizando D_∞), enunciar y demostrar el Teorema de Sustitución.
- (7) Para la semántica denotacional del cálculo lambda (definida utilizando D_∞), enunciar y demostrar la correctitud de las contracciones β y η .
- (8) Para la semántica denotacional normal del cálculo lambda, ¿Cuáles de esos resultados (teorema de sustitución, corrección de la regla β , corrección de la regla η) siguen siendo válidos? Justificar. Para aquellos resultados que no sean válidos, hallar un contraejemplo.
- (9) Para la semántica denotacional eager del cálculo lambda, ¿Cuáles de esos resultados siguen siendo válidos? Justificar. Para aquellos resultados que no sean válidos, hallar un contraejemplo, o explicar por qué el enunciado original no tiene sentido.
- (10) Proponga un enunciado alternativo para el Teorema de Sustitución que sea válido para la semántica denotacional eager.
- (11) Para el término $(\lambda z.zz)(\lambda f.\lambda x.f(fx))$.
 - (a) Dar la semántica normal.
 - (b) Dar la semántica eager.