

Objetivos: Comprender las ecuaciones semánticas para el lenguaje imperativo simple. Utilizar semántica denotacional para comparar si dos programas son equivalentes o no. Computar las cadenas de sucesivas ejecuciones de un ciclo, identificar el caso general de la cadena y probar por inducción que es correcto. Definir nuevas construcciones para el lenguaje imperativo, dando sus ecuaciones semánticas. Relacionar valores del dominio semántico $\Sigma \rightarrow \Sigma_{\perp}$ con la denotación de programas. Conocer los teoremas de sustitución, renombre y coincidencia y utilizarlos para concluir si dos programas son equivalentes o no.

Recordar que utilizamos tipografía sans-serif (como en x) para variables concretas y tipografía serif (como en e) para meta-variables.

Repaso.

- (1) Decida si los siguientes argumentos son correctos:
 - (a) Sea D un dominio y $f: D \rightarrow D$. Si f es continua, entonces f tiene un menor punto fijo.
 - (b) Sea D un dominio y $f: D \rightarrow D$. Si f es continua, entonces \perp es el menor punto fijo de f .
 - (c) Sea D un dominio y sea $f_1 \sqsubseteq f_2 \sqsubseteq f_3 \sqsubseteq \dots$ una cadena en $D \rightarrow D$. Si el supremo de la cadena pertenece a la cadena, entonces existe un índice k tal que $f_k = f_{k+1} = f_{k+2}$.
- (2) Explique por qué el siguiente razonamiento es correcto: “Sea D un dominio y sea $Q \subseteq D$ con las siguientes propiedades: $\perp \in Q$; si $d \in Q$ y $d \leq d'$, entonces $d' \in Q$; si $d_1 \leq d_2 \leq d_3 \leq \dots$ con $d_i \in Q$, entonces $\sqcup_i d_i \in Q$. Para toda $f: D \rightarrow D$ continua, se da $Y_D f \in Q$.”

Ejercicios.

- (1) Utilizar la semántica denotacional para demostrar o refutar las siguientes equivalencias:
 - (a) $c; \mathbf{skip} \equiv c$
 - (b) $c_1; (c_2; c_3) \equiv (c_1; c_2); c_3$
 - (c) $(\mathbf{if } b \mathbf{ then } c_0 \mathbf{ else } c_1); c_2 \equiv \mathbf{if } b \mathbf{ then } c_0; c_2 \mathbf{ else } c_1; c_2$
 - (d) $c_2; (\mathbf{if } b \mathbf{ then } c_0 \mathbf{ else } c_1) \equiv \mathbf{if } b \mathbf{ then } c_2; c_0 \mathbf{ else } c_2; c_1$
 - (e) $x := y; z := w \equiv z := w; x := y$
- (2) Utilizar la semántica denotacional para demostrar o refutar las siguientes equivalencias:
 - (a) $\mathbf{newvar } x := e \mathbf{ in skip} \equiv \mathbf{skip}$
 - (b) $\mathbf{newvar } x := e \mathbf{ in } y := x \equiv y := e$
 - (c) $\mathbf{newvar } x := e_1 \mathbf{ in } (\mathbf{newvar } y := e_2 \mathbf{ in } c) \equiv \mathbf{newvar } y := e_2 \mathbf{ in } (\mathbf{newvar } x := e_1 \mathbf{ in } c)$
- (3) Teniendo en cuenta los ejercicios anteriores, discuta en grupo las siguientes afirmaciones:
 - (a) El parser puede eliminar toda ocurrencia de **skip**.
 - (b) El parser puede elegir inclinar las secuencias de más de dos comandos hacia la derecha o hacia la izquierda.
- (4) Considere el comando **while true do** $x := x - 1$
 - (a) Dar la función F que define su semántica. Calcular la expresión más sencilla que pueda para F .
 - (b) Existe algún n tal que $F^n \perp_{\Sigma \rightarrow \Sigma_{\perp}}$ no sea idénticamente \perp ?
 - (c) Considere la cadena en $\Sigma \rightarrow \Sigma_{\perp}$ dada por

$$\omega_i \sigma = \begin{cases} \sigma & \text{si } 0 \leq \sigma x \leq i \\ \perp & \text{caso contrario} \end{cases}$$

