

Lenguajes y Compiladores - Guía del 8/5/2015

Objetivos: Familiarizarse con la sintaxis del cálculo lambda. Comprender el mecanismo de cómputo (reducción) del cálculo lambda. Distinguir los órdenes de evaluación y la noción de forma canónica de la de forma normal. Utilizar diferentes estrategias de evaluación. Conocer y poder aplicar el teorema de Church-Rosser.

Aviso: En este práctico las variables f, x, y, z (y las demás que aparecen) son concretas.

(1) Considerar las siguientes expresiones lambda:

(a) $(\lambda f. \lambda x. f(fx))(\lambda z. \lambda x. \lambda y. zyx)(\lambda z. \lambda w. z)$.

(b) $(\lambda z. zz)(\lambda f. \lambda x. f(fx))$.

Para cada expresión e :

(a) Reducir a su forma normal e_0 . Indicar la primer forma canónica e_1 .

(b) Evaluar usando orden normal: $e \Rightarrow_N e_1$.

(c) Evaluar usando orden eager: $e \Rightarrow_E e_1$.

(2) Demostrar que una aplicación cerrada no puede ser una forma normal.

(3) Considerar las expresiones lambda:

$$\begin{aligned} TRUE &= \lambda x. \lambda y. x & NOT &= \lambda b. \lambda x. \lambda y. byx \\ FALSE &= \lambda x. \lambda y. y & AND &= \lambda b. \lambda c. \lambda x. \lambda y. b(cxy)y \\ & & IF &= \lambda b. \lambda x. \lambda y. bxy \end{aligned}$$

Demostrar:

(a) $NOT\ TRUE \rightarrow^* FALSE$,

(b) $IF\ TRUE\ e_0\ e_1 \rightarrow^* e_0$,

(c) $AND\ TRUE\ TRUE \rightarrow^* TRUE$,

(d) $AND\ FALSE\ e \rightarrow^* FALSE$,

(4) ¿Qué debe cumplir b para que $IF\ b \rightarrow^*_\eta b$? ¿Cumplen $TRUE$ y $FALSE$ esas condiciones?

(5) Explique por qué no es cierto que $NOT\ TRUE \Rightarrow FALSE$ en ambos órdenes.

(6) Sean e_0 y e_1 formas canónicas, construya los árboles para

(a) $NOT\ TRUE\ e_0\ e_1 \Rightarrow_E e_1$,

(b) $AND\ FALSE\ (\Delta\ \Delta)\ e_0\ e_1 \Rightarrow_N e_1$.

(7) Explique por qué $AND\ FALSE\ (\Delta\ \Delta)\ e_0\ e_1$ no tiene una forma canónica bajo el orden eager. ¿La tiene $AND\ FALSE\ (\lambda w. \Delta\ \Delta)\ e_0\ e_1$?

(8) (a) Para ambos órdenes, pruebe que $e \Rightarrow e'$ implica $e \rightarrow^* e'$.

(b) Decida si la siguiente afirmación es cierta y justifique su respuesta:
si $e \Rightarrow_N e_1$ y $e \Rightarrow e_2$, entonces existe e' tal que $e_1 \rightarrow^* e'$ y $e_2 \rightarrow^* e'$.

(9) ¿Cuáles afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas? Justificar.

(a) Toda expresión lambda cerrada tiene forma normal.

(b) Toda expresión lambda cerrada tiene forma canónica.

(c) Toda forma canónica cerrada es forma normal.

(d) Toda forma normal cerrada es forma canónica.