**Lenguajes y Compiladores. 08/03/2015**

**Contenidos:** *Primera aproximación a las nociones de gramática abstracta y semántica denotacional.*

**Objetivos:** Comprender la diferencia entre gramática concreta y abstracta. Distinguir el lenguaje objeto del meta-lenguaje. Apreciar la importancia de la dirección por sintaxis y de la composicionalidad; reconocer la diferencia entre esos conceptos.

Nota. Algunos de estos ejercicios requieren tener una definición de ciertos términos, por ejemplo, *semántica composicional*, *dirección por sintaxis*. Puede ser una buena idea, tanto para hacer los ejercicios como para revisarlos, discutir esas ideas y comprender los conceptos sobre los que están definidos.

1. Considere la siguiente gramática para las expresiones aritméticas:

$$\begin{array}{lcl} \langle intexp \rangle & ::= & 0 \mid 1 \mid 2 \mid \ldots \\ & & \mid - \langle intexp \rangle \mid \langle intexp \rangle + \langle intexp \rangle \mid \langle intexp \rangle * \langle intexp \rangle \end{array}$$

   (a) ¿Cuáles de las siguientes frases son ambiguas?

   $2 * -7, \qquad -7 * 2, \qquad 27 + 0, \qquad 27 + 3 + -7$

   (b) Enuncie todos los criterios que utiliza para resolver la ambiguedad de esas frases, es decir para quedarse entre una de las varias frases abstractas.

2. En las siguientes ecuaciones semánticas, ¿cuáles símbolos pertenecen al lenguaje objeto y cuáles al metalenguaje?
   *a)* $[\![0]\!] = 0$
   *b)* $[\![-e]\!] = -[\![e]\!]$
   *c)* $[\![e + f]\!] = [\![e]\!] + [\![f]\!]$

3. Aplique las ecuaciones semántica para resolver
   *a)* $[\![0 * (5 * (7 + 2))]\!]$
   *b)* $[\![a * a + a * b + b * a + b * b]\!]$

4. Considere la siguiente gramática y ecuaciones con la precedencia habitual entre $*$ y $+$:

   $\langle intexp \rangle ::= 1 \mid \langle intexp \rangle + \langle intexp \rangle \mid \langle intexp \rangle * \langle intexp \rangle$

$$\begin{array}{lcl} [\![1]\!] & = & 1 \\ [\![e + e']\!] & = & [\![e]\!] + [\![e']\!] \\ [\![e * 1]\!] & = & [\![e]\!] \\ [\![e * (e' + 1)]\!] & = & [\![e * e']\!] + [\![e]\!] \end{array}$$

   Responda:

   ¿Define el conjunto de ecuaciones una función semántica?

   Para aquellas frases que tienen significado ¿tienen un único significado?

   ¿Es el conjunto de ecuaciones dirigido por sintaxis?

   ¿Es la semántica composicional?

5. Damos la siguiente gramática abstracta para los números binarios:

$$\langle \text{bin} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid 0\langle \text{bin} \rangle \mid 1\langle \text{bin} \rangle$$

   *a)* Considere la función $[\![\ \_\ ]\!]^s : \langle \text{bin} \rangle \to \mathbb{N}$ definida por:

$$[\![\alpha_0 \ldots \alpha_{n-1}]\!]^s = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i-1} 2^{n-i}$$

   ¿Es dirigida por sintaxis? ¿Es composicional?

*b*) ¿Es la siguiente definición dirigida por sintaxis?

$$[\![\alpha\alpha_1...,\alpha_{n-1}]\!]^i = \alpha 2^{n-1} + [\![\alpha_1...,\alpha_{n-1}]\!]^i$$

*c*) ¿Puede dar una semántica mediante un conjunto de ecuaciones dirigidas por sintaxis?

**Ejercicios para traer resueltos el viernes**

6. Considere la definición de términos dada en Lógica y discuta los siguientes puntos:
   *a*) ¿Es la definición de una gramática abstracta?
   *b*) Si no lo es, proponga una gramática abstracta.
   *c*) ¿Hay alguna relación entre las dos gramáticas? ¿Se da en lenguajes de programación una situación análoga?
   *d*) ¿Es necesario probar un teorema de lectura única de términos para la gramática abstracta?

**Definición 1.** *Considere los siguientes alfabetos:* $N = \{0, 1, \ldots, 9\}$ *y* $\underline{N} = \{\underline{0}, \underline{1}, \ldots, \underline{9}\}$, $Var = \{\mathsf{X}\underline{1}, \ldots, \mathsf{X}\underline{9}\} \cup \{\mathsf{X}xy : x \in N^+, y \in \underline{N}, [x]_0 \neq 0\}$.

*Los nombres de constantes y los nombres de funciones son palabras sobre alfabetos* $\Sigma_C, \Sigma_F$ *respectivamente, tales que:*

$$(\Sigma_C \cup \Sigma_F) \cap (\{\forall, \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,), \equiv, \mathsf{X}\} \cup N \cup \underline{N} \cup \{,\}) = \emptyset \ .$$

*Con* $F$ *denotamos el conjunto de nombres de funciones y con* $C$ *el conjunto de nombres de constantes. Existe una función* $a : F \to \mathbb{N}$, *que asigna la aridad a cada nombre de función.*

*Definimos el conjunto de términos* $T = \bigcup_{k\geq 0} T_k$, *donde* $T_k$ *está definido inductivamente por:*

*a*) $T_0 = Var \cup C$, *y*
*b*) $T_{k+1} = T_k \cup \{f(t_1, \ldots, t_n) : f \in F, a(f) = n, t_i \in T_k\}$.

7. ¿Es correcto el siguiente argumento?

   *La semántica de los números binarios dada en el ejercicio 5 no es composicional, dado que si se reemplaza en la frase* 1011 *el último 1 por 01 (que tienen igual significado), la frase completa cambia de denotación*

8. Teniendo en cuenta la respuesta a los ejercicios anteriores, ¿puede definir una función dirigida por sintaxis $[\![\ \_\ ]\!]^p : \langle \text{bin} \rangle \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ tal que $\pi_1 [\![e]\!]^p = [\![e]\!]^s$?

9. Se quiere extender el lenguaje de las expresiones aritméticas agregando la operación división entera, cuyo símbolo será $\div$.
   *a*) Extienda la gramática y dé la ecuación semántica.
   *b*) Calcule $[\![2 \div 0]\!]$. Si es necesario reconsidere la ecuación semántica dada en (a).

10. Un posible tratamiento para la indefinición de los operadores aritméticos es introducir en el dominio semántico un elemento distinguido que la represente.
    *a*) Extienda el dominio agregando el elemento `error`, y dé nuevas ecuaciones para $\div$.
    *b*) Calcule $[\![(7 + (2 \div (5 * 0)))]\!]$. Si es necesario reconsidere las ecuaciones semánticas de todos los operadores. Tenga en cuenta que la semántica debe ser una función total.