Lenguajes y Compiladores

2015

Lenguajes y Compiladores

2015

Estructura de la materia a grandes rasgos:

Primera Parte: Lenguaje imperativo

Segunda Parte: Lenguaje aplicativo puro, y lenguaje aplicativo con referencias y asignación

Estructura de la materia a grandes rasgos:

Primera Parte: Lenguaje imperativo

Segunda Parte: Lenguaje aplicativo puro, y lenguaje aplicativo con referencias y asignación

Ejes de contenidos de la segunda parte

Ejes de contenidos de la segunda parte
Cálculo Lambda

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Surge con Church, trantado de construir un sistema formal completo como fundamentación última de la matemática. En 1934 Kleene and Rosser publicaron una implementación de la paradoja de Richard,y comienza a ser usado para estudiar la computabilidad, culminando en la respuesta negativa al problema de la parada (Turing 1936).

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Surge con Church, trantado de construir un sistema formal completo como fundamentación última de la matemática. En 1934 Kleene and Rosser publicaron una implementación de la paradoja de Richard,y comienza a ser usado para estudiar la computabilidad, culminando en la respuesta negativa al problema de la parada (Turing 1936).

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Requisito inicial para su semántica:

un conjunto C tal que C es isomorfo a $C \to C$

Paradoja: Sea f cualquier función, y definamos $px = f(xx)$

Entonces pp es punto fijo de f.

Scott-Strachey 1972-1981 Oxford Definen la semántica utilizando dominios:

$$D_\infty \simeq [D_\infty \to D_\infty]$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda
Requisito inicial para su semántica:
un conjunto C tal que C es isomorfo a $C \to C$
Paradoja: Sea f cualquier función, y definamos $px = f(xx)$
Entonces pp es punto fijo de f.
Scott-Strachey 1972-1981 Oxford Definen la semántica utilizando dominios:
$D_\infty \simeq [D_\infty \to D_\infty]$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Requisito inicial para su semántica:

un conjunto C tal que C es isomorfo a $C \to C$

Paradoja: Sea f cualquier función, y definamos $px = f(xx)$

Entonces pp es punto fijo de f.

Scott-Strachey 1972-1981 Oxford Definen la semántica utilizando dominios:

$$D_\infty \simeq [D_\infty \to D_\infty]$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda
Requisito inicial para su semántica:
un conjunto C tal que C es isomorfo a $C \to C$
Paradoja: Sea f cualquier función, y definamos $px = f(xx)$
Entonces pp es punto fijo de f.
Scott-Strachey 1972-1981 Oxford Definen la semántica utilizando dominios:
$D_\infty \simeq [D_\infty \to D_\infty]$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Requisito inicial para su semántica:

un conjunto C tal que C es isomorfo a $C \to C$

Paradoja: Sea f cualquier función, y definamos $px = f(xx)$

Entonces pp es punto fijo de f.

Scott-Strachey 1972-1981 Oxford Definen la semántica utilizando dominios:

$$D_\infty \simeq [D_\infty \to D_\infty]$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda
Requisito inicial para su semántica:
un conjunto C tal que C es isomorfo a $C \to C$
Paradoja: Sea f cualquier función, y definamos $px = f(xx)$
Entonces pp es punto fijo de f.
Scott-Strachey 1972-1981 Oxford Definen la semántica utilizando dominios:
$D_\infty \simeq [D_\infty \to D_\infty]$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Asumimos la existencia de un dominio D_∞, junto con isomorfismos:

$\phi \in D_\infty \to [D_\infty \to D_\infty]$

$\psi \in [D_\infty \to D_\infty] \to D_\infty$

$\phi \circ \psi = Id_{[D_\infty \to D_\infty]}$

$\psi \circ \phi = Id_{D_\infty}$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Asumimos la existencia de un dominio D_∞, junto con isomorfismos:

$\phi \in D_\infty \to [D_\infty \to D_\infty]$

$\psi \in [D_\infty \to D_\infty] \to D_\infty$

$\phi \circ \psi = Id_{[D_\infty \to D_\infty]}$

$\psi \circ \phi = Id_{D_\infty}$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Ambientes (Entornos): $Env = \langle var \rangle \to D_\infty$

Notación: $\eta \in Env$ será un ambiente.

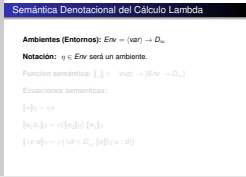
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to [Env \to D_\infty]$

Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \eta v$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi([\![e_0]\!]\eta)\ [\![e_1]\!]\eta$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \psi(\lambda d \in D_\infty.[\![e]\!][\eta | v : d])$$



Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Ambientes (Entornos): $Env = \langle var \rangle \to D_\infty$

Notación: $\eta \in Env$ será un ambiente.

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to [Env \to D_\infty]$

Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \eta v$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi([\![e_0]\!]\eta)\ [\![e_1]\!]\eta$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \psi(\lambda d \in D_\infty.[\![e]\!][\eta | v : d])$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda
Ambientes (Entornos): $Env = \langle var \rangle \to D_\infty$
Notación: $\eta \in Env$ será un ambiente.
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to [Env \to D_\infty]$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \eta v$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi([\![e_0]\!]\eta)\ [\![e_1]\!]\eta$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \psi(\lambda d \in D_\infty.[\![e]\!][\eta | v : d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Ambientes (Entornos): $Env = \langle var \rangle \to D_\infty$

Notación: $\eta \in Env$ será un ambiente.

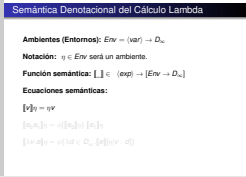
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to [Env \to D_\infty]$

Ecuaciones semánticas:

$[\![v]\!]\eta = \eta v$

$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi([\![e_0]\!]\eta)\ [\![e_1]\!]\eta$

$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \psi(\lambda d \in D_\infty.[\![e]\!][\eta | v : d])$



Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Ambientes (Entornos): $Env = \langle var \rangle \to D_\infty$

Notación: $\eta \in Env$ será un ambiente.

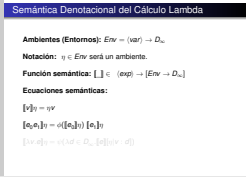
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to [Env \to D_\infty]$

Ecuaciones semánticas:

$[\![v]\!]\eta = \eta v$

$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi([\![e_0]\!]\eta)\ [\![e_1]\!]\eta$

$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \psi(\lambda d \in D_\infty.[\![e]\!][\eta|v : d])$



Semántica Denotacional del Cálculo Lambda

Ambientes (Entornos): $Env = \langle var \rangle \to D_\infty$

Notación: $\eta \in Env$ será un ambiente.

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to [Env \to D_\infty]$

Ecuaciones semánticas:

$[\![v]\!]\eta = \eta v$

$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi([\![e_0]\!]\eta)\ [\![e_1]\!]\eta$

$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \psi(\lambda d \in D_\infty.[\![e]\!][\eta | v : d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda
Ambientes (Entornos): $Env = \langle var \rangle \to D_\infty$
Notación: $\eta \in Env$ será un ambiente.
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to [Env \to D_\infty]$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \eta v$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi([\![e_0]\!]\eta)\ [\![e_1]\!]\eta$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \psi(\lambda d \in D_\infty.[\![e]\!][\eta | v : d])$

Propiedades de la semántica del CL

Teorema de Coincidencia:
Si $\eta w = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.

Sustituciones: $\Delta = \langle var \rangle \to \langle exp \rangle$

Teorema de Sustitución: Si $[\![\delta w]\!]\eta = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e/\delta]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.

Teorema de Renombre: Si $v_{new} \notin FV\ e - \{v\}$, entonces $[\![\lambda v_{new}.(e/v \mapsto v_{new})]\!] = [\![\lambda v.e]\!]$.

Propiedades de la semántica del CL
Teorema de Coincidencia:
Si $\eta w = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.
Sustituciones: $\Delta = \langle var \rangle \to \langle exp \rangle$
Teorema de Sustitución: Si $[\![\delta w]\!]\eta = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e/\delta]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.
Teorema de Renombre: Si $v_{new} \notin FV\ e - \{v\}$, entonces $[\![\lambda v_{new}.(e/v \mapsto v_{new})]\!] = [\![\lambda v.e]\!]$.

Propiedades de la semántica del CL

Teorema de Coincidencia:
Si $\eta w = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.

Sustituciones: $\Delta\ =\ \langle var \rangle \to \langle exp \rangle$

Teorema de Sustitución: Si $[\![\delta w]\!]\eta = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e/\delta]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.

Teorema de Renombre: Si $v_{new} \notin FV\ e - \{v\}$, entonces $[\![\lambda v_{new}.(e/v \mapsto v_{new})]\!] = [\![\lambda v.e]\!]$.

Propiedades de la semántica del CL
Teorema de Coincidencia:
Si $\eta w = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.
Sustituciones: $\Delta\ =\ \langle var \rangle \to \langle exp \rangle$
Teorema de Sustitución: Si $[\![\delta w]\!]\eta = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e/\delta]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.
Teorema de Renombre: Si $v_{new} \notin FV\ e - \{v\}$, entonces $[\![\lambda v_{new}.(e/v \mapsto v_{new})]\!] = [\![\lambda v.e]\!]$.

Propiedades de la semántica del CL

Teorema de Coincidencia:
Si $\eta w = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.

Sustituciones: $\Delta\ =\ \langle var \rangle \to \langle exp \rangle$

Teorema de Sustitución: Si $[\![\delta w]\!]\eta = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e/\delta]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.

Teorema de Renombre: Si $v_{new} \notin FV\ e - \{v\}$, entonces $[\![\lambda v_{new}.(e/v \mapsto v_{new})]\!] = [\![\lambda v.e]\!]$.

Propiedades de la semántica del CL

Teorema de Coincidencia:
Si $\eta w = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.

Sustituciones: $\Delta\ =\ \langle var \rangle \to \langle exp \rangle$

Teorema de Sustitución: Si $[\![\delta w]\!]\eta = \eta' w$ para todo $w \in FV\ e$, entonces $[\![e/\delta]\!]\eta = [\![e]\!]\eta'$.

Teorema de Renombre: Si $v_{new} \notin FV\ e - \{v\}$, entonces $[\![\lambda v_{new}.(e/v \mapsto v_{new})]\!] = [\![\lambda v.e]\!]$.

Reglas β y η

Son válidas en el Cálculo Lambda:

$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = [\![e/v \mapsto e']\!]\eta$

$[\![\lambda v.ev]\!]\eta = [\![e]\!]\eta$, si $v \notin FVe$
Corolario: Si $e \to^* e'$, entonces $[\![e]\!] = [\![e']\!]$.
¿Cómo lo probamos?

Reglas β y η
Son válidas en el Cálculo Lambda:
$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = [\![e/v \mapsto e']\!]\eta$
$[\![\lambda v.ev]\!]\eta = [\![e]\!]\eta$, si $v \notin FVe$
Corolario: Si $e \to^* e'$, entonces $[\![e]\!] = [\![e']\!]$.
¿Cómo lo probamos?

Reglas β y η

Son válidas en el Cálculo Lambda:

$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = [\![e/v \mapsto e']\!]\eta$

$[\![\lambda v.ev]\!]\eta = [\![e]\!]\eta$, si $v \notin FVe$
Corolario: Si $e \to^* e'$, entonces $[\![e]\!] = [\![e']\!]$.
¿Cómo lo probamos?

Reglas β y η
Son válidas en el Cálculo Lambda:
$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = [\![e/v \mapsto e']\!]\eta$
$[\![\lambda v.ev]\!]\eta = [\![e]\!]\eta$, si $v \notin FVe$
Corolario: Si $e \to^* e'$, entonces $[\![e]\!] = [\![e']\!]$.
¿Cómo lo probamos?

Reglas β y η

Son válidas en el Cálculo Lambda:

$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = [\![e/v \mapsto e']\!]\eta$

$[\![\lambda v.ev]\!]\eta = [\![e]\!]\eta$, si $v \notin FVe$
Corolario: Si $e \to^* e'$, entonces $[\![e]\!] = [\![e']\!]$.
¿Cómo lo probamos?

Reglas β y η
Son válidas en el Cálculo Lambda:
$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = [\![e/v \mapsto e']\!]\eta$
$[\![\lambda v.ev]\!]\eta = [\![e]\!]\eta$, si $v \notin FVe$
Corolario: Si $e \to^* e'$, entonces $[\![e]\!] = [\![e']\!]$.
¿Cómo lo probamos?

Problema

La semántica denotacional dada no representa la evaluación de los lenguajes funcionales

Observar que $\lambda x.e$ se evalúa como función en cualquier modalidad de evaluación (tanto eager como normal).

Pero $[\![\lambda v.\Delta\Delta]\!]\eta = \perp$

Problema
La semántica denotacional dada no representa la evaluación de los lenguajes funcionales
Observar que $\lambda x.e$ se evalúa como función en cualquier modalidad de evaluación (tanto eager como normal).
Pero $[\![\lambda v.\Delta\Delta]\!]\eta = \perp$

Con se “evalúa a una función” queremos decir que evalúa a una forma canónica.

Problema

La semántica denotacional dada no representa la evaluación de los lenguajes funcionales

Observar que $\lambda x.e$ se evalúa como función en cualquier modalidad de evaluación (tanto eager como normal).

Pero $[\![\lambda v.\Delta\Delta]\!]\eta = \perp$

Problema
La semántica denotacional dada no representa la evaluación de los lenguajes funcionales
Observar que $\lambda x.e$ se evalúa como función en cualquier modalidad de evaluación (tanto eager como normal).
Pero $[\![\lambda v.\Delta\Delta]\!]\eta = \perp$

Con se “evalúa a una función” queremos decir que evalúa a una forma canónica.

Problema

La semántica denotacional dada no representa la evaluación de los lenguajes funcionales

Observar que $\lambda x.e$ se evalúa como función en cualquier modalidad de evaluación (tanto eager como normal).

Pero $[\![\lambda v.\Delta\Delta]\!]\eta = \perp$

Problema
La semántica denotacional dada no representa la evaluación de los lenguajes funcionales
Observar que $\lambda x.e$ se evalúa como función en cualquier modalidad de evaluación (tanto eager como normal).
Pero $[\![\lambda v.\Delta\Delta]\!]\eta = \perp$

Con se “evalúa a una función” queremos decir que evalúa a una forma canónica.

Semántica Denotacional Normal

Hay que distinguir las semántica de $\lambda v.\Delta\Delta$ y $\Delta\Delta$

Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas:

$$[V \approx D \to D]$$

Definimos el conjunto de resultados posibles como :

$$D = V_{\perp}$$

Semántica Denotacional Normal
Hay que distinguir las semántica de $\lambda v.\Delta\Delta$ y $\Delta\Delta$
Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas:
$[V \approx D \to D]$
Definimos el conjunto de resultados posibles como :
$D = V_{\perp}$

Semántica Denotacional Normal

Hay que distinguir las semántica de $\lambda v.\Delta\Delta$ y $\Delta\Delta$

Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas:

$$[V \approx D \to D]$$

Definimos el conjunto de resultados posibles como :

$$D = V_\perp$$

Semántica Denotacional Normal
Hay que distinguir las semántica de $\lambda v.\Delta\Delta$ y $\Delta\Delta$
Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas:
$[V \approx D \to D]$
Definimos el conjunto de resultados posibles como :
$D = V_\perp$

Semántica Denotacional Normal

Hay que distinguir las semántica de $\lambda v.\Delta\Delta$ y $\Delta\Delta$

Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas:

$$[V \approx D \to D]$$

Definimos el conjunto de resultados posibles como :

$$D = V_{\perp}$$

Semántica Denotacional Normal
Hay que distinguir las semántica de $\lambda v.\Delta\Delta$ y $\Delta\Delta$
Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas:
$[V \approx D \to D]$
Definimos el conjunto de resultados posibles como :
$D = V_{\perp}$

Asumimos la existencia de un dominio D, junto con isomorfismos:

$\phi \in V \to [D \to D]$

$\psi \in [D \to D] \to V$

$\phi \circ \psi = Id_{[D \to D]}$

$\psi \circ \phi = Id_V$

Notación: $\iota_\perp \in V \to D$

Asumimos la existencia de un dominio D, junto con isomorfismos:

$\phi \in V \to [D \to D]$

$\psi \in [D \to D] \to V$

$\phi \circ \psi = Id_{[D \to D]}$

$\psi \circ \phi = Id_V$

Notación: $\iota_\perp \in V \to D$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \eta v$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \eta v$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \eta v$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \eta v$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$

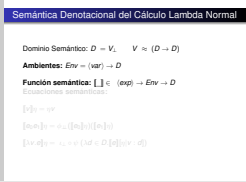
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$

Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \eta v$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$$



Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:

$[\![v]\!]\eta = \eta v$

$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$

$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \eta v$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:

$[\![v]\!]\eta = \eta v$

$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$

$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta|v:d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \eta v$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta|v:d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:

$[\![v]\!]\eta = \eta v$

$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$

$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\ (\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Normal
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx (D \to D)$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to D$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \eta v$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)([\![e_1]\!]\eta)$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\ (\lambda d \in D.[\![e]\!][\eta | v : d])$

¿Cuáles son todas las posibilidades para que $e_0\, e_1$ tenga semántica $\perp$?

Notar que $\phi_{\perp\!\!\perp}\ \perp\ =\ \perp_{D\to D}$.

Si bien la semántica denotacional no expresa un orden de evaluación ya que no es operacional, establece indirectamente el orden natural en que debe evaluarse.
Por más que $[\![e_1]\!]\eta = \perp$, no necesariamente $[\![e_0\, e_1]\!]\eta = \perp$. Eso indica que e_1 no necesariamente debe evaluarse para evaluarse $e_0\, e_1$.

¿Cuáles son todas las posibilidades para que $e_0\, e_1$ tenga semántica $\perp$?

Notar que $\phi_{\perp\!\!\perp}\ \perp\ =\ \perp_{D\to D}$.

Si bien la semántica denotacional no expresa un orden de evaluación ya que no es operacional, establece indirectamente el orden natural en que debe evaluarse.
Por más que $[\![e_1]\!]\eta = \perp$, no necesariamente $[\![e_0\, e_1]\!]\eta = \perp$. Eso indica que e_1 no necesariamente debe evaluarse para evaluarse $e_0\, e_1$.

¿Cuáles son todas las posibilidades para que $e_0\, e_1$ tenga semántica $\perp$?

Notar que $\phi_{\perp\!\!\perp}\ \perp\ =\ \perp_{D\to D}$.

Si bien la semántica denotacional no expresa un orden de evaluación ya que no es operacional, establece indirectamente el orden natural en que debe evaluarse.
Por más que $[\![e_1]\!]\eta = \perp$, no necesariamente $[\![e_0\, e_1]\!]\eta = \perp$. Eso indica que e_1 no necesariamente debe evaluarse para evaluarse $e_0\, e_1$.

¿Cuáles son todas las posibilidades para que $e_0\, e_1$ tenga semántica $\perp$?

Notar que $\phi_{\perp\!\!\perp}\ \perp\ =\ \perp_{D\to D}$.

Si bien la semántica denotacional no expresa un orden de evaluación ya que no es operacional, establece indirectamente el orden natural en que debe evaluarse.
Por más que $[\![e_1]\!]\eta = \perp$, no necesariamente $[\![e_0\, e_1]\!]\eta = \perp$. Eso indica que e_1 no necesariamente debe evaluarse para evaluarse $e_0\, e_1$.

¿Cuáles son todas las posibilidades para que $e_0\ e_1$ tenga semántica $\perp$?

Notar que $\phi_{\perp\!\!\perp}\ \perp\ =\ \perp_{D\to D}$.

Si bien la semántica denotacional no expresa un orden de evaluación ya que no es operacional, establece indirectamente el orden natural en que debe evaluarse.
Por más que $[\![e_1]\!]\eta = \perp$, no necesariamente $[\![e_0\ e_1]\!]\eta = \perp$. Eso indica que e_1 no necesariamente debe evaluarse para evaluarse $e_0\ e_1$.

¿Cuáles son todas las posibilidades para que $e_0\ e_1$ tenga semántica $\perp$?

Notar que $\phi_{\perp\!\!\perp}\ \perp\ =\ \perp_{D\to D}$.

Si bien la semántica denotacional no expresa un orden de evaluación ya que no es operacional, establece indirectamente el orden natural en que debe evaluarse.
Por más que $[\![e_1]\!]\eta = \perp$, no necesariamente $[\![e_0\ e_1]\!]\eta = \perp$. Eso indica que e_1 no necesariamente debe evaluarse para evaluarse $e_0\ e_1$.

Propiedades de la Semántica Denotacional Normal

Los teoremas que vimos antes siguen valiendo.

Propiedades de la Semántica Denotacional Normal
Los teoremas que vimos antes siguen valiendo.

Propiedades de la Semántica Denotacional Normal

Los teoremas que vimos antes siguen valiendo.

También vale la regla β, que utiliza la igualdad:

$$\phi_{\perp\!\!\perp} \circ (\iota_\perp \circ \psi) = \mathit{Id}_{D \to D}$$

Propiedades de la Semántica Denotacional Normal
Los teoremas que vimos antes siguen valiendo.
También vale la regla β, que utiliza la igualdad:
$\phi_{\perp\!\!\perp} \circ (\iota_\perp \circ \psi) = \mathit{Id}_{D \to D}$

Propiedades de la Semántica Denotacional Normal

Los teoremas que vimos antes siguen valiendo.

También vale la regla β, que utiliza la igualdad:

$$\phi_{\perp\!\!\perp} \circ (\iota_\perp \circ \psi) = \mathit{Id}_{D \to D}$$

No vale la regla η.

Propiedades de la Semántica Denotacional Normal
Los teoremas que vimos antes siguen valiendo.
También vale la regla β, que utiliza la igualdad:
$\phi_{\perp\!\!\perp} \circ (\iota_\perp \circ \psi) = \mathit{Id}_{D \to D}$
No vale la regla η.

Modalidad EAGER

La semántica denotacional del cálculo Lambda, ni la normal representan la evaluación de los lenguajes funcionales eager

Por ejemplo: $(\lambda x.\lambda y.y)(\Delta\Delta)$

La aplicación se efectúa cuando el operando se haya evaluado. Desde el punto de vista semántico, las funciones toman valores solamente.

Modalidad EAGER

La semántica denotacional del cálculo Lambda, ni la normal representan la evaluación de los lenguajes funcionales eager

Por ejemplo: $(\lambda x.\lambda y.y)(\Delta\Delta)$

La aplicación se efectúa cuando el operando se haya evaluado. Desde el punto de vista semántico, las funciones toman valores solamente.

Semántica Denotacional Eager

Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas, pero ahora son funciones que sólo toman valores:

$$V \approx V \to D$$

Definimos el conjunto de resultados posibles como :

$$D = V_{\perp}$$

Semántica Denotacional Eager
Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas, pero ahora son funciones que sólo toman valores:
$V \approx V \to D$
Definimos el conjunto de resultados posibles como :
$D = V_{\perp}$

Semántica Denotacional Eager

Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas, pero ahora son funciones que sólo toman valores:

$$V \approx V \to D$$

Definimos el conjunto de resultados posibles como :

$$D = V_{\perp}$$

Semántica Denotacional Eager
Los "valores" (conjunto V), representan a las formas canónicas, pero ahora son funciones que sólo toman valores:
$V \approx V \to D$
Definimos el conjunto de resultados posibles como :
$D = V_{\perp}$

Asumimos la existencia de un dominio D, junto con isomorfismos:

$\phi \in V \to (V \to D)$

$\psi \in (V \to D) \to V$

$\phi \circ \psi = Id_{V \to D}$

$\psi \circ \phi = Id_V$

Notación: $\iota_\perp \in V \to D$

Asumimos la existencia de un dominio D, junto con isomorfismos:

$\phi \in V \to (V \to D)$

$\psi \in (V \to D) \to V$

$\phi \circ \psi = Id_{V \to D}$

$\psi \circ \phi = Id_V$

Notación: $\iota_\perp \in V \to D$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$

Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\!\!\perp}[\![e_1]\!]\eta$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$$
$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\!\!\perp}[\![e_1]\!]\eta$$
$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$

Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\perp}[\![e_1]\!]\eta$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\perp}[\![e_1]\!]\eta$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$

Ecuaciones semánticas:

$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$

$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\!\!\perp}[\![e_1]\!]\eta$

$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\!\!\perp}[\![e_1]\!]\eta$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$

Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\!\!\perp}[\![e_1]\!]\eta$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\!\!\perp}[\![e_1]\!]\eta$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\,(\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager

Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$

Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$

Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$

Ecuaciones semánticas:

$$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$$

$$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\!\!\perp}[\![e_1]\!]\eta$$

$$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\ (\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta | v : z])$$

Semántica Denotacional del Cálculo Lambda Eager
Dominio Semántico: $D = V_\perp \qquad V \approx [V \to D]$
Ambientes: $Env = \langle var \rangle \to V$
Función semántica: $[\![\_]\!] \in \langle exp \rangle \to Env \to D$
Ecuaciones semánticas:
$[\![v]\!]\eta = \iota_\perp(\eta v)$
$[\![e_0 e_1]\!]\eta = \phi_{\perp\!\!\perp}([\![e_0]\!]\eta)_{\perp\!\!\perp}[\![e_1]\!]\eta$
$[\![\lambda v.e]\!]\eta = \iota_\perp \circ \psi\ (\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta | v : z])$

Propiedades de la Semántica Denotacional Eager

Los teoremas que vimos antes (Coincidencia, Renombre) siguen valiendo.

Con sustitución hay que tener cuidado, por qué?

Ya no vale la regla β.

$$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = (\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])_{\perp\!\!\!\perp}[\![e']\!]\eta$$

Considerar: $[\![e']\!]\eta = \perp$, v, no ocurre en e, y $[\![e]\!]\eta \neq \perp$

Entonces $[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = \perp$ y $[\![e/v \mapsto e']\!]\eta \neq \perp$

No vale la regla η.

Propiedades de la Semántica Denotacional Eager
Los teoremas que vimos antes (Coincidencia, Renombre) siguen valiendo.
Con sustitución hay que tener cuidado, por qué?
Ya no vale la regla β.
$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = (\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])_{\perp\!\!\!\perp}[\![e']\!]\eta$
Considerar: $[\![e']\!]\eta = \perp$, v, no ocurre en e, y $[\![e]\!]\eta \neq \perp$
Entonces $[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = \perp$ y $[\![e/v \mapsto e']\!]\eta \neq \perp$
No vale la regla η.

Propiedades de la Semántica Denotacional Eager

Los teoremas que vimos antes (Coincidencia, Renombre) siguen valiendo.

Con sustitución hay que tener cuidado, por qué?

Ya no vale la regla β.

$$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = (\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])_{\perp\!\!\!\perp}[\![e']\!]\eta$$

Considerar: $[\![e']\!]\eta = \perp$, v, no ocurre en e, y $[\![e]\!]\eta \neq \perp$

Entonces $[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = \perp$ y $[\![e/v \mapsto e']\!]\eta \neq \perp$

No vale la regla η.

Propiedades de la Semántica Denotacional Eager
Los teoremas que vimos antes (Coincidencia, Renombre) siguen valiendo.
Con sustitución hay que tener cuidado, por qué?
Ya no vale la regla β.
$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = (\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v:z])_{\perp\!\!\!\perp}[\![e']\!]\eta$
Considerar: $[\![e']\!]\eta = \perp$, v, no ocurre en e, y $[\![e]\!]\eta \neq \perp$
Entonces $[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = \perp$ y $[\![e/v \mapsto e']\!]\eta \neq \perp$
No vale la regla η.

Propiedades de la Semántica Denotacional Eager

Los teoremas que vimos antes (Coincidencia, Renombre) siguen valiendo.

Con sustitución hay que tener cuidado, por qué?

Ya no vale la regla β.

$$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = (\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v : z])_{\perp\!\!\perp}[\![e']\!]\eta$$

Considerar: $[\![e']\!]\eta = \perp$, v, no ocurre en e, y $[\![e]\!]\eta \neq \perp$

Entonces $[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = \perp$ y $[\![e/v \mapsto e']\!]\eta \neq \perp$

No vale la regla η.

Propiedades de la Semántica Denotacional Eager

Los teoremas que vimos antes (Coincidencia, Renombre) siguen valiendo.

Con sustitución hay que tener cuidado, por qué?

Ya no vale la regla β.

$$[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = (\lambda z \in V.[\![e]\!][\eta|v : z])_{\perp\!\!\perp}[\![e']\!]\eta$$

Considerar: $[\![e']\!]\eta = \perp$, v, no ocurre en e, y $[\![e]\!]\eta \neq \perp$

Entonces $[\![(\lambda v.e)e']\!]\eta = \perp$ y $[\![e/v \mapsto e']\!]\eta \neq \perp$

No vale la regla η.