

## Lenguajes y Compiladores. 20/03/2019

**Objetivos:** Comprender el concepto de ligadura de variables. Reconocer la dificultad de la sustitución en lenguajes con ligadura. Comprender la necesidad de un “estado” para lenguajes con variables. Conocer y poder probar las propiedades semánticas: coincidencia y sustitución. Usamos fuente sans-serif (como en  $x$ ) para referirnos a variables concretas y serif (como en  $p$ ), para meta-variables.

SIEMPRE piense a qué conjunto pertenecen las entidades matemáticas involucradas (por ejemplo, para entender qué significan que dos cosas en el mismo conjunto sean iguales).

**Repaso.** Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas; justifique su respuesta.

- Sea  $L$  un lenguaje,  $D$  el dominio semántico y sea  $\llbracket - \rrbracket : L \rightarrow D$ :
  - si  $\llbracket - \rrbracket$  NO es inyectiva, entonces NO es una función semántica.
  - si  $\llbracket - \rrbracket$  NO es suryectiva, entonces NO es una función semántica.
- La dirección por sintaxis garantiza que un conjunto de ecuaciones define una función semántica.
- Si un conjunto de ecuaciones que define una semántica no es dirigido por sintaxis, entonces la semántica no es composicional.

### Ejercicios.

- Considere los siguientes predicados (con la semántica dada en el teórico).
$$x \div y = z$$
$$\exists r.(0 \leq r < y) \wedge (x = y * z + r)$$
  - Dé un estado en el cual estos predicados tienen distinta semántica.
  - Caracterizar los  $\sigma \in \Sigma$  para los cuales estos predicados tienen la misma semántica.
- Extienda la gramática abstracta de las expresiones enteras para la sumatoria; luego defina la semántica de la nueva expresión. Recuerde las propiedades que debe tener un conjunto de ecuaciones para que definan una función semántica.
- En cada una de las siguientes expresiones, ¿cuáles son las ocurrencias ligadoras, cuáles las ligadas y cuáles las libres?
  - $\forall x. \forall z. x < t \wedge t \leq z \Rightarrow \exists y. x \leq y \wedge y < z$
  - $x > 0 \Rightarrow (\forall y. y \geq x \Rightarrow \exists x. x > 0 \wedge x < y)$ .
  - $\sum_{i=0}^n (k * \sum_{k=1}^i (i - k) * k)$ .
- Dé el resultado de la sustitución simultánea:
  - $t$  por  $x + y + z$  en  $\forall x. \forall z. x < t \wedge t \leq z \Rightarrow \exists y. x \leq y \wedge y < z$
  - $y$  por  $x$ ,  $z$  por  $y$  y  $x$  por  $z$  en  $x > 0 \Rightarrow (\forall y. y \geq x \Rightarrow \exists x. x > 0 \wedge x < y)$ .
- Dé un ejemplo que muestre que si hacemos reemplazo sintáctico en lugar de sustitución, podemos alterar la semántica.
- Pruebe por inducción en los predicados: 
$$FV(p/\delta) = \bigcup_{w \in FV(p)} FV(\delta w)$$

¿Necesita una propiedad similar para las expresiones?
- Enunciar y demostrar de manera detallada el Teorema de Coincidencia para la Lógica de Predicados.
- Sean  $p, q$  dos frases de la misma categoría sintáctica, usar el teorema de sustitución para demostrar que si  $\llbracket p \rrbracket = \llbracket q \rrbracket$  entonces para todo  $\delta \in \Delta$ ,  $\llbracket p/\delta \rrbracket = \llbracket q/\delta \rrbracket$ .
- ¿Vale el recíproco? Es decir, dados  $p, q$  en la misma categoría sintáctica, si para todo  $\delta \in \Delta$ ,  $\llbracket p/\delta \rrbracket = \llbracket q/\delta \rrbracket$ , ¿se cumple necesariamente  $\llbracket p \rrbracket = \llbracket q \rrbracket$ ?
- Sean  $\delta$  y  $\gamma$  dos sustituciones, defina la composición de  $\delta$  con  $\gamma$  ( $\delta \circ \gamma \in \Delta$ ).
  - Pruebe que para toda frase  $p$  y cualesquiera sustituciones  $\delta$  y  $\gamma$  vale  $\llbracket p/\delta \circ \gamma \rrbracket = \llbracket (p/\delta)/\gamma \rrbracket$ .

**Laboratorio 2**

Extender el lenguaje simple de expresiones aritméticas y booleanas con variables enteras. El enunciado completo y el archivo a completar se puede descargar de la wiki de la materia: [https://wiki.cs.famaf.unc.edu.ar/doku.php?id=compiladores:main#lab\\_2019](https://wiki.cs.famaf.unc.edu.ar/doku.php?id=compiladores:main#lab_2019).