**Lenguajes y Compiladores. Práctico 8 del** 20/05/2020

**Objetivos:** Utilizar las propiedades de los modelos para calcular la semántica de algunas expresiones. Distinguir valores (elementos de $V$) de denotaciones (elementos de $D$). Relacionar nociones operacionales con denotacionales.

(1) Calcular la semántica denotacional en $D_\infty$ de los siguientes términos:
a) $M = \lambda f.\, \lambda x.\, f(fx)$ b) $N = \lambda z.\, \lambda y.\, z$ c) $MN$

(2) Para la semántica denotacional en $D_\infty$, enunciar y demostrar las siguientes propiedades: a) teorema de renombre, b) teorema de coincidencia, c) corrección de la regla $\beta$ y d) corrección de la regla $\eta$.

(3) Dar un término cerrado $M$ cuya denotación en la semántica normal sea:
a) distinto a $\bot$ pero que para todos $N$ y $\eta$, $[\![M\, N]\!]\eta = \bot$
b) distinto a $\bot$ y $[\![M\, (\Delta\Delta)]\!]\eta \neq \bot$

(4) Explique, sin hacer ninguna cuenta, por qué la semántica eager de $[\![M\, (\Delta\Delta)]\!]\eta$ dado en 2b es $\bot$.

(5) Para la semántica denotacional normal del cálculo lambda, considere las propiedades siguientes: a) teorema de sustitución, b) corrección de la regla $\beta$, c) corrección de la regla $\eta$. ¿Cuáles de esos resultados son válidos? Justificar. Para aquellos resultados que no sean válidos, hallar un contraejemplo.

(6) Para la semántica denotacional eager del cálculo lambda, ¿Cuáles de esos resultados siguen siendo válidos? Justificar. Para aquellos resultados que no sean válidos, hallar un contraejemplo, o explicar por qué el enunciado original no tiene sentido.

(7) Proponga un enunciado alternativo para el Teorema de Sustitución que sea válido para la semántica denotacional eager.

(8) ¿Cuáles afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas? Justificar. Denotamos a $[\![\text{-}]\!]$, $[\![\text{-}]\!]_N$ y $[\![\text{-}]\!]_E$ como la semántica denotacional en $D_\infty$, normal y eager respectivamente.

a) Si $[\![e]\!]\eta = \bot$, entonces $[\![e]\!]_N\eta = \bot$

b) Si $[\![e]\!]\eta = \bot$, entonces $[\![e]\!]_E\eta = \bot$

c) Si $[\![e]\!]_N\eta \neq \bot$, entonces $[\![e]\!]_E\eta \neq \bot$

d) Si $[\![e]\!]_E\eta \neq \bot$, entonces $[\![e]\!]_N\eta \neq \bot$

e) En el contexto de la semántica denotacional normal las funciones
$\phi_{\perp\!\!\perp} : D \to [D \to D]$ $\iota_\perp \circ \psi : [D \to D] \to D$
definen un isomorfismo entre $D$ y $[D \to D]$.

f) En el contexto de la semántica denotacional eager vale

$$(\phi_{\perp\!\!\perp}) \circ (\iota_\perp \circ \psi) = id_{V \to D}$$

De contestar verdadero: ¿qué dice esto con respecto a la corrección de la regla $\beta$?

(9) Utilizando la semántica denotacional normal ¿Qué opinas de la siguiente afirmación? La expresión $Y = \lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx))$ define un operador de punto fijo tal que

$$[\![Y]\!]_N \eta = (\iota_\perp \circ \psi)(\mathbf{Y}_D \circ \phi_{\perp\perp})$$

¿Existe una definición análoga para la semántica denotacional eager? ¿Funciona la misma expresión $Y$?