Lenguajes y Compiladores - Trabajo práctico 2 - Año 2007

(1) Caracterizar todas las funciones continuas en los siguientes dominios:

(a) de $\mathbb{B}_\perp$ en $\mathbb{B}_\perp$ (b) de $\mathbb{N}_\perp$ en $\mathbb{N}_\perp$
(c) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}_\perp$ (d) de $\mathbb{N}^\infty$ en $\mathbb{N}^\infty$

(2) En cada uno de los casos del ejercicio 1 indicar cuáles son estrictas y cuáles no.

(3) En cada uno de los casos del ejercicio 1 dar, si existen, ejemplos de funciones
(a) no continuas pero estrictas,
(b) ni continuas ni estrictas.

(4) Demostrar (las referencias son al libro de Reynolds):
(a) la Proposición 2.1.
(b) la Proposición 2.2.
(c) la Proposición 2.3.
(d) la Proposición 2.4.
(e) el Teorema de Punto Fijo (Proposición 2.5).

(5) Caracterizar todas las funciones continuas
(a) de Σ en $\Sigma_\perp$.
(b) estrictas de $\Sigma_\perp$ en $\Sigma_\perp$.
(c) no estrictas de $\Sigma_\perp$ en $\Sigma_\perp$.

(6) Calcular la menor $f \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$ que satisface la siguiente ecuación

(a) $f\ n = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ n * f\ (n-1) & n \neq 0 \end{cases}$

(b) $f\ n = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ 1 & n = 1 \\ f\ (n-1) & n \neq 1, 0, -1, \ldots, -10 \wedge n \leq 10 \\ f\ (n+1) & n \neq 0, 1, \ldots, 10 \wedge n \geq -10 \end{cases}$

Notar que n corre sobre todo $\mathbb{Z}$. Asumir que la multiplicación y la suma son estrictas.

(7) Caracterizar las funciones que satisfacen la ecuación

$$f\ n = \begin{cases} f(n-1) & n < 0 \\ 1 & n = 0 \\ n * f\ (n-1) & n > 0 \end{cases}$$

Comparar esta ecuación con la primera ecuación del ejercicio 6. ¿Tienen las mismas soluciones?

(8) Considere la ecuación:

$$f\ n = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ 1 + f\ (n-5) & n < 5 \\ f(n-1) & cc \end{cases}$$

(a) Hallar el menor punto fijo, con el método conocido.
(b) Puede dar todos los puntos fijos?

(9) ¿Cuáles funciones satisfacen la segunda ecuación del ejercicio 6?

(10) Escribir una ecuación para $f \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$ que sea satisfecha unícamente por las funciones que
(a) son constantes para los enteros pares y se comportan como la identidad para los impares.
(b) que toman un valor para las potencias de 2 (salvo 1 y -1), otro para las de 3 (ídem), otro para las de 5, y 0 para el resto.
En cada caso, ¿Cuál es la menor función que satisface la ecuación?

(11) Calcular todas las $f : \Sigma \to \Sigma_\perp$ tales que:
(a) $f\ \sigma = \begin{cases} f\ (\sigma \mid x : \sigma\ x - 1 \mid y : \sigma\ y + 1) & \sigma\ x \neq 0 \\ \sigma & c.c. \end{cases}$
(b) $f\ \sigma = \begin{cases} f\ (\sigma \mid y : \sigma\ y + 1) & \sigma\ x \neq 0 \\ \sigma & c.c. \end{cases}$
Calcular además la f menos definida que satisface la ecuación.

(12) Calcular y demostrar la menor $f \in \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_\perp$ que satisface la ecuación

$$f\ n = \begin{cases} 0 & n = 1 \\ 1 + f\ (n/2) & n \text{ par} \\ f\ (n-1) & n \neq 1 \text{ impar} \end{cases}$$

(13) Demostrar que $(\_)_\perp$ y $(\_)_{\perp\!\!\!\perp}$ son continuas.

(14) Demostrar que las funciones $(\_)_* \in (\Sigma \to \hat{\Sigma}_\perp) \to (\hat{\Sigma}_\perp \to \hat{\Sigma}_\perp)$ y $(\_)_\dagger \in (\Sigma \to \Sigma) \to (\hat{\Sigma}_\perp \to \hat{\Sigma}_\perp)$ son continuas.