Lenguajes y Compiladores - Trabajo práctico 5 - Año 2006

(1) Considerar las siguientes expresiones lambda:
 (a) $(\lambda f.\lambda x.f(fx))(\lambda z.\lambda x.\lambda y.zyx)(\lambda z.\lambda w.z)$.
 (b) $(\lambda z.zz)(\lambda f.\lambda x.f(fx))$.
 (c) $(\lambda x.x(\lambda z.z)(\lambda z.(\lambda x.x)z))(\lambda y.(\lambda z.zzz)(y(\lambda x.\lambda y.x)))(\lambda x.x)$.
 Para cada expresión e:
 (a) Reducir a su forma normal e_0 mediante el orden normal. Indicar la primer forma canónica e_1.
 (b) Demostrar utilizando las reglas de reducción: $e \to^\star e_0$.
 (c) Demostrar usando las reglas de evaluación: $e \Rightarrow e_1$.

(2) Repetir el ejercicio anterior para la modalidad *eager*.

(3) Demostrar que una aplicación cerrada no puede ser una forma normal.

(4) Considerar las expresiones lambda:

$TRUE = \lambda x.\lambda y.x \qquad AND = \lambda b.\lambda c.\lambda x.\lambda y.b(cxy)y$

$FALSE = \lambda x.\lambda y.y \qquad NUM_n = \lambda f.\lambda x.\overbrace{f(...(f}^{n\geq 0 \text{ veces}}\ x)...)$

$NOT = \lambda b.\lambda x.\lambda y.byx \quad ADD = \lambda n.\lambda m.\lambda f.\lambda x.mf(nfx)$

$IF = \lambda b.\lambda x.\lambda y.bxy \qquad MULT = \lambda n.\lambda m.\lambda f.m(nf)$

Demostrar:
$NOT\ TRUE \to^* FALSE$, $NOT\ FALSE \to^* TRUE$,
$IF\ TRUE\ e_0\ e_1 \to^* e_0$, $IF\ FALSE\ e_0\ e_1 \to^* e_1$,
$AND\ TRUE\ TRUE \to^* TRUE$,
$AND\ TRUE\ FALSE \to^* FALSE$, $AND\ FALSE\ e \to^* FALSE$,
$ADD\ NUM_n\ NUM_m \to^* NUM_{n+m}$,
$MULT\ NUM_n\ NUM_m \to^* NUM_{nm}$.

(5) Definir OR, $IMPLY$, IFF, XOR que cumpla las propiedades usuales. Definir EXP tal que $EXP\ NUM_n\ NUM_m \to^* NUM_{n^m}$.

(6) ¿Cuáles afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas? Justificar.
 (a) Toda expresión lambda cerrada tiene forma normal.
 (b) Toda expresión lambda cerrada tiene forma canónica.
 (c) Toda forma canónica cerrada es forma normal.
 (d) Toda forma normal cerrada es forma canónica.
 (e) Si $e \to^* e_1$ entonces existe una reducción en orden normal de $e \to^* e_1$.

(f) Si $e \to^* e_1$ y e_1 es canónica entonces existe una reducción en orden normal de $e \to^* e_1$.
(g) Si $e \to^* e_1$ y e_1 es normal entonces existe una reducción en orden normal de $e \to^* e_1$.

(7) Para la semántica denotacional del cálculo lambda (definida utilizando D_∞), enunciar y demostrar: los Teoremas de Coincidencia, Sustitución, Sustitución Finita y Renombre, y la correctitud de las contracciones β y η.

(8) Para la semántica denotacional normal del cálculo lambda, ¿Cuáles de esos resultados siguen siendo válidos? Justificar. Para aquellos resultados que no sean válidos, hallar un contraejemplo.

(9) Para la semántica denotacional eager del cálculo lambda, ¿Cuáles de esos resultados siguen siendo válidos? Justificar. Para aquellos resultados que no sean válidos, hallar un contraejemplo.

(10) Resolver el ejercicio 10.11 del libro de Reynolds.

(11) Resolver el ejercicio 10.12 del libro de Reynolds.