

# Introducción a los algoritmos - 1º cuatrimestre 2015

## Axiomas y Teoremas del Cálculo Proposicional

### Axiomas

**A1** Asociatividad equivalencia:

$$((P \equiv Q) \equiv R) \equiv (P \equiv (Q \equiv R))$$

**A2** Conmutatividad equivalencia:

$$P \equiv Q \equiv Q \equiv P$$

**A3** Neutro equivalencia:

$$P \equiv \text{True} \equiv P$$

**A4** Definición de Negación:

$$\neg(P \equiv Q) \equiv \neg P \equiv Q$$

**A5** Definición de False:

$$\text{False} \equiv \neg \text{True}$$

**A6** Definición de discrepancia:

$$P \neq Q \equiv \neg(P \equiv Q)$$

**A7** Asociatividad disyunción:

$$(P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$$

**A8** Conmutatividad disyunción:

$$P \vee Q \equiv Q \vee P$$

**A9** Idempotencia disyunción:

$$P \vee P \equiv P$$

**A10** Distributividad disyunción con equivalencia:

$$P \vee (Q \equiv R) \equiv (P \vee Q) \equiv (P \vee R)$$

**A11** Tercero excluido:

$$P \vee \neg P$$

**A12** Regla dorada:

$$P \wedge Q \equiv P \equiv Q \equiv P \vee Q$$

**A13** Definición de implicación:

$$P \Rightarrow Q \equiv P \vee Q \equiv Q$$

**A14** Definición de consecuencia:

$$P \Leftarrow Q \equiv P \vee Q \equiv P$$

### Teoremas Básicos

**T1** Metateorema de True:

*Si P está demostrado,  $P \equiv \text{True}$*

**T2** Doble negación:

$$\neg\neg P \equiv P$$

**T3** Equivalencia y negación:

$$P \equiv \text{False} \equiv \neg P$$

**T4** Elemento absorbente de la disyunción:

$$P \vee \text{True} \equiv \text{True}$$

**T5** Elemento neutro de la disyunción:

$$P \vee \text{False} \equiv P$$

**T6** Teorema (\*):

$$P \vee Q \equiv P \vee \neg Q \equiv P$$

**T7** Caracterización de implicación:

$$P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$

### Niveles de Precedencia

Los que están más arriba tienen mayor precedencia —“pegan más”, se ponen entre paréntesis primero, se aplican primero.

$E(x := a), \cdot$	sustitución y evaluación
$\sqrt{\phantom{x}}, (\cdot)^2$	raíces y potencias
$*, /$	producto y división
máx, mín	máximo y mínimo
$+, -$	suma y resta
$=, \leq, \geq$	conectivos aritméticos
$\neg$	negación
$\vee \wedge$	disyunción y conjunción
$\Rightarrow \Leftarrow$	implicación y consecuencia
$\equiv \neq$	equivalencia y discrepancia

Los operadores que están en un mismo nivel tienen exactamente la misma prioridad, así que deben ponerse siempre con paréntesis, a menos que asocien entre sí ( $\vee$  y  $\wedge$ ,  $\neq$  y  $\equiv$ , máx y mín).

## Teoremas No Tan Básicos

**T8** *De Morgan para la disyunción:*

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

**T9** *De Morgan para la conjunción:*

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

**T10** *Distributividad de la disyunción con la conjunción:*

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

**T11** *Distributividad de la conjunción con la disyunción:*

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

**T12** *Asociatividad de la conjunción:*

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

**T13** *Conmutatividad de la conjunción:*

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

**T14** *Idempotencia de la conjunción:*

$$p \wedge p \equiv p$$

**T15** *Neutro de la conjunción:*

$$p \wedge \text{True} \equiv p$$

**T16** *Elemento absorbente de la conjunción:*

$$p \wedge \text{False} \equiv \text{False}$$

**T17** *Principio de no contradicción:*

$$p \wedge \neg p \equiv \text{False}$$

## Teoremas con Implicación

**T18** *Modus ponens:*

$$p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$$

**T19** *Modus ponens con equivalencia:*

$$p \wedge (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge q$$

**T20** *Modus tollens:*

$$(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$$

**T21** *Modus tollens con equivalencia:*

$$(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \equiv \neg p \wedge \neg q$$

**T22** *Currificación:*

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q \Rightarrow r)$$

**T23** *Transitividad de  $\Rightarrow$ :*

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

**T24** *Debilitamiento para  $\wedge$ :*

$$p \wedge q \Rightarrow p$$

**T25** *Debilitamiento para  $\vee$ :*

$$p \Rightarrow p \vee q$$

**T26** *Distributividad a derecha de la implicación con la conjunción:*

$$p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

**T27** *Distributividad a izquierda de la implicación con la disyunción:*

$$p \vee q \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$