

Axiomas y Teoremas Básicos del Cálculo de Predicados

Docentes: Araceli Acosta, Laura Alonso i Alemany, Carlos Areces,
Javier Blanco, Renato Cherini, Pedro Sánchez Terraf, Mauricio Tellechea

Axiomas

A1 Rango True

$$\langle \forall x :: f.x \rangle \equiv \langle \forall x : True : f.x \rangle$$

A2 Intercambio entre rango y término

$$\langle \forall x : r.x : f.x \rangle \equiv \langle \forall x :: r.x \Rightarrow f.x \rangle$$

A3 Regla de término

$$\langle \forall x :: f.x \rangle \wedge \langle \forall x :: g.x \rangle \equiv \langle \forall x :: f.x \wedge g.x \rangle$$

A4 Distributividad de $\vee$ con $\forall$

$$X \vee \langle \forall x :: f.x \rangle \equiv \langle \forall x :: X \vee f.x \rangle$$

si x no ocurre en $FV.X$

A5 Rango unitario

$$\langle \forall x : x = X : f.x \rangle \equiv f.X$$

A6 Anidado

$$\langle \forall x, y :: f.x.y \rangle \equiv \langle \forall x :: \langle \forall y :: f.x.y \rangle \rangle$$

A7 Definición de $\exists$

$$\langle \exists x : r.x : f.x \rangle \equiv \neg \langle \forall x : r.x : \neg f.x \rangle$$

Teoremas Básicos

T1 Partición de rango

$$\langle \forall x : r.x : f.x \rangle \wedge \langle \forall x : s.x : f.x \rangle \equiv \langle \forall x : r.x \vee s.x : f.x \rangle$$

T2 Instanciación

$$\langle \forall x :: f.x \rangle \Rightarrow f.Y \quad \text{si } Y \text{ no ocurre en } f.x$$

T3 Cambio de variable

$$\langle \forall x : r.x : f.x \rangle \equiv \langle \forall y : r.y : f.y \rangle$$

si x no ocurre en $f.y$ ni viceversa

T4 Intercambio entre rango y término

$$\langle \exists x : r.x : f.x \rangle \equiv \langle \exists x :: r.x \wedge f.x \rangle$$

T5 Regla del término

$$\langle \exists x :: f.x \rangle \vee \langle \exists x :: g.x \rangle \equiv \langle \exists x :: f.x \vee g.x \rangle$$

T6 Distributividad de $\wedge$ con $\exists$

$$X \wedge \langle \exists x :: f.x \rangle \equiv \langle \exists x :: X \wedge f.x \rangle$$

si x no ocurre en X

T7 Partición de rango

$$\langle \exists x : r.x : f.x \rangle \vee \langle \exists x : s.x : f.x \rangle \equiv \langle \exists x : r.x \vee s.x : f.x \rangle$$