

Introducción a los Algoritmos - 1er. cuatrimestre 2011

Soluciones Guía 1: Resoluciones de los ejercicios 4c y 5d

Este documento presenta las soluciones de los ejercicios marcados como ☉ de la guía 1. Los ejercicios marcados como ☉ son para las almas inquietas que quieren explorar más allá de los contenidos que se evaluarán en la materia.

4. Demostrá que las siguientes (in)ecuaciones son *válidas*, es decir que las fórmulas son verdaderas para cualquier valor que tome la variable x .

$$c) \text{ ☉ } \frac{x^2}{2} + \sqrt{24} > 3 * x$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{2} + \sqrt{24} > 3 * x \\ \equiv & \{ \text{multiplico por 2 a ambos lados} \} \\ & x^2 + 2 * \sqrt{24} > 2 * 3 * x \\ \equiv & \{ \text{resto } 2 * 3 * x \text{ ambos lados} \} \\ & x^2 - 2 * 3 * x + 2 * \sqrt{24} > 0 \\ \equiv & \{ \text{sumo y resto } 3^2 \} \\ & x^2 - 2 * 3 * x + 3^2 + 2 * \sqrt{24} - 3^2 > 0 \\ \equiv & \{ \text{cuadrado de un binomio} \} \\ & (x - 3)^2 + 2 * \sqrt{24} - 3^2 > 0 \\ \equiv & \{ \text{resto } 2 * \sqrt{24} - 3^2 \text{ a ambos lados} \} \\ & (x - 3)^2 > -2 * \sqrt{24} + 3^2 \\ \equiv & \{ \text{por propiedad de potencia sabemos que } (x - 3)^2 \geq 0, \text{ solo resta probar } 0 > -2 * \sqrt{24} + 3^2 \} \\ & 0 > -2 * \sqrt{24} + 3^2 \\ \equiv & \{ \text{esto ya lo pueden resolver uds :) } \} \end{aligned}$$

5. Las siguientes (in)ecuaciones no son válidas, es decir que para al menos algún valor de la variable x cada fórmula es falsa. Justificá dando un *contraejemplo* o una demostración de que es equivalente a **Falso** cuando sea posible. Notá que ambas formas son correctas para demostrar su no-validez. Además, indicá cuáles son satisficibles y qué valores las satisfacen.

$$d) \text{ ☉ } \frac{x^2 + 52 * x}{169} - 2 * x > -121$$

Ejemplo: $x = 0$ hace la fórmula verdadera ya que $0 > -121$ es verdadero.

Ayuda para encontrar un contraejemplo: Quiero expresar un lado de la desigualdad como un cuadrado de un binomio: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 52 * x}{169} - 2 * x > -121 \\ \equiv & \{ \text{multiplico por 169 a ambos lados} \} \\ & x^2 + 52 * x - 338 * x > -20449 \\ \equiv & \{ \text{resta} \} \\ & x^2 - 286 * x > -20449 \\ \equiv & \{ \text{sumo 20449 a ambos lados} \} \\ & x^2 - 286 * x + 20449 > 0 \\ \equiv & \{ \text{producto } (2 * 143 = 286) \text{ y potencia } (143^2 = 20449) \} \\ & x^2 - 2 * 143 * x + 143^2 > 0 \\ \equiv & \{ \text{cuadrado de un binomio} \} \\ & (x - 143)^2 > 0 \end{aligned}$$

Contraejemplo: $x = 143$ *falsifica* la fórmula ya que $0 > 0$ es falso.