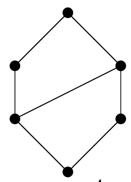
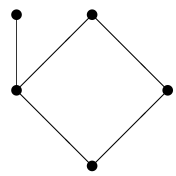
Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden
21/08/2013: Práctico 3

1. Compruebe los siguientes isomorfismos
   a) $(D_6, |) \cong (\mathcal{P}(\{a, b\}), \subseteq)$.
   b) $(D_{30}, |) \cong (\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$.
2. Determine si es posible encontrar dentro del poset $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$ un subconjunto que visto como poset sea isomorfo a D_{18}
3. La siguiente tabla fue llenada parcialmente. Da los valores de $\sup\{x, y\}$ para x e y en cierto poset $(S, \preceq)$. Por ejemplo $\sup\{b, c\} = d$.
   a) Llene el resto de la tabla.
   b) ¿Cuál es el mínimo y el máximo de S?
   c) Muestre que $f \preceq c \preceq d \preceq e$.
   d) Dibuje el diagrama de Hasse asociado a $(S, \preceq)$.

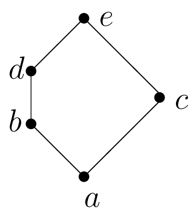
sup	a	b	c	d	e	f
a		e	a	e	e	a
b			d	d	e	b
c				d	e	c
d					e	d
e						e
f						

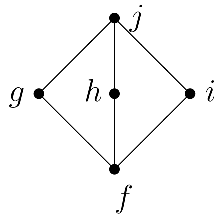
4. Supongamos que un poset tiene la siguiente propiedad: para todo $a, b \in P$ se tiene que $\sup\{a, b\}$ existe. ¿Podemos concluir que $\sup(S)$ existe para cualquier S finito?
5. a) Relacione los siguientes diagramas de Hasse con los posets $(\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, |)$ y $(\{1, 2, 3, 4, 6\}, |)$.
   b) Determine como y cuando están definidas las operaciones $\wedge, \vee$ en esos posets. Considere todos los pares de elementos posibles.
   c) ¿Cuáles de los anteriores posets son posets reticulados?


A


B

   d) Calcular $4 \wedge (2 \vee 3)$ en ambos posets.
   e) Determinar un subconjunto de $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$ cuyo diagrama de Hasse sea B.
6. Para cada una de las siguientes propiedades, dé diagramas de Hasse representando posets reticulados que la satisfagan, y que no la satisfagan, en el caso de existir.
   a) $(x \wedge y = y) \vee (x \wedge y = x)$
   b) $x \wedge y = y$
   c) $\exists x \; x \wedge y = x$
7. Demostrar que en todo poset reticulado se cumple $x \vee (y \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge (x \vee z)$.
8. En cada uno de los siguientes diagramas encuentre x, y y z tales que
   a) $x \vee (y \wedge z) < (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
   b) $(x \wedge y) \vee (x \wedge z) < x \wedge (y \vee z)$





9. Determine cuantos isomorfismos hay de $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$ en sí mismo.