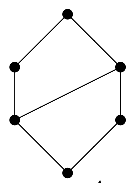
Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden
21/08/2013: Práctico 3

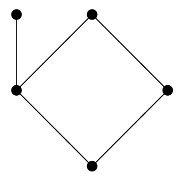
1. Compruebe los siguientes isomorfismos
   a) $(D_6, |) \cong (\mathcal{P}(\{a, b\}), \subseteq)$.
   b) $(D_{30}, |) \cong (\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$.
2. Determine si es posible encontrar dentro del poset $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$ un subconjunto que visto como poset sea isomorfo a $(D_{18}, |)$.
3. La siguiente tabla fue llenada parcialmente. Dé los valores de $\sup\{x, y\}$ para x e y en cierto poset $(S, \preceq)$. Por ejemplo $\sup\{b, c\} = d$.
   a) Llene el resto de la tabla.
   b) ¿Cuál es el mínimo y el máximo de S?
   c) Muestre que $f \preceq c \preceq d \preceq e$.
   d) Dibuje el diagrama de Hasse asociado a $(S, \preceq)$.

sup	a	b	c	d	e	f
a		e	a	e	e	a
b			d	d	e	b
c				d	e	c
d					e	d
e						e
f						

4. Supongamos que un poset tiene la siguiente propiedad: para todo $a, b \in P$, $\sup\{a, b\}$ existe. ¿Podemos concluir que $\sup(S)$ existe para cualquier $S \subseteq P$ finito y no vacío?
5. *a*) Relacione los siguientes diagramas de Hasse con los posets $(\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, |)$ y $(\{1, 2, 3, 4, 6\}, |)$.
   b) Determine cuándo están definidas las operaciones $\wedge, \vee$ en esos posets.
   c) ¿Cuáles de los anteriores posets son posets reticulados?
   d) Calcular $4 \wedge (2 \vee 3)$ en ambos posets.

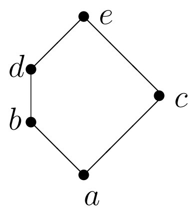


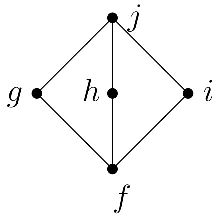
A



B

   e) Determinar un subconjunto de $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$ cuyo diagrama de Hasse sea B.
6. Para cada una de las siguientes leyes, dé diagramas de Hasse representando posets reticulados que la satisfagan, y que no la satisfagan, en el caso de existir. Recuerde que una ley se satisface en un poset reticulado si la ecuación vale para todo posible valor de las variables en dicho poset.
   a) $(x \wedge y = y)$ ó $(x \wedge y = x)$
   b) $x \wedge y = y$
7. En cada uno de los siguientes diagramas encuentre x, y y z tales que
   a) $x \vee (y \wedge z) < (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
   b) $(x \wedge y) \vee (x \wedge z) < x \wedge (y \vee z)$





8. Demuestre que en todo poset reticulado se cumple $x \vee (y \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge (x \vee z)$.
9. Determine cuantos isomorfismos hay de $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$ en sí mismo.