

Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional
25/09/2013, Práctico 1: Sintaxis y semántica

1. Para las siguientes cadenas determinar cuáles están en Σ^* , cuáles en $PROP$, y cuáles en ninguno de los dos.
 - (a) $p_0 \rightarrow p_1$
 - (b) $((p \wedge p) \rightarrow p)$
 - (c) $(\varphi \vee \psi)$
 - (d) $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2$
2. Dé series de formación de las siguientes proposiciones:
 - a) $((\neg p_2) \rightarrow (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)$,
 - b) $((p_7 \rightarrow \perp) \leftrightarrow ((p_4 \wedge (\neg p_2)) \rightarrow p_1))$,
 - c) $((((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow p_1)$.
3. Defina recursivamente una función $S(\varphi)$ que devuelva una serie de formación de φ para cada $\varphi \in PROP$.
4. Demuestre que toda $\varphi \in PROP$ tiene tantos “(” como “)”. Además, vea que la cantidad de paréntesis (“abre” y “cierra”, todos juntos) es igual a doble de la cantidad de conectivos distintos de \perp que ocurren.
5. Se define la noción de *subfórmula* de la siguiente manera (recursiva):

$\varphi \in At$ ψ es subfórmula de φ si $\psi = \varphi$.

$(\neg\varphi)$ ψ es subfórmula de $(\neg\varphi)$ si ψ es subfórmula de φ ó $\psi = (\neg\varphi)$.

$(\varphi \square \chi)$ ψ es subfórmula de $(\varphi \square \chi)$ si ψ es igual a $(\varphi \square \chi)$ ó si es subfórmula de φ ó de χ .

Demostrar que si ψ es subfórmula de φ , entonces ψ es un término de la sucesión $S(\varphi)$ del ejercicio 3. En general, toda subfórmula aparecerá en cada serie de formación de φ .

6. Suponga que de $f : At \rightarrow \{0, 1\}$ sólo disponemos de la siguiente información, que describe el valor que adopta en algunos elementos de At .
 - a) $f(p_1) = f(p_2) = f(p_3) = 0$
 - b) $f(p_1) = 0, f(p_3) = 1$
 - c) $f(p_1) = f(p_2) = f(p_3)$

Determine (si es posible) $\llbracket (((\neg p_2) \rightarrow (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)) \rightarrow p_3 \rrbracket_f$.

7. Decida si las siguientes funciones de $PROP$ a $\{0, 1\}$ son valuaciones:
 - a) $v(\varphi) := 1$ para toda $\varphi \in PROP$.
 - b) Dada v valuación, defino $\bar{v} : PROP \rightarrow \{0, 1\}$ como $\bar{v}(\varphi) := v(\varphi[\perp/p_0])$. Además de decidir, describa a \bar{v} con sus palabras. Pregunte a su compañero si entiende su definición ☺.