Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional
25/09/2013, Práctico 1: Sintaxis y semántica

1. Para las siguientes cadenas determinar cuáles están en Σ^*, cuáles en $PROP$, y cuáles en ninguno de los dos.
   (a) $p_0 \to p_1$
   (b) $((p \wedge p) \to p)$
   (c) $(\varphi \vee \psi)$
   (d) $(((p_1 \to p_2) \to p_1) \to p_2)$
2. Dé series de formación de las siguientes proposiciones:
   a) $\big(((\neg p_2) \to (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)\big)$,
   b) $\Big((p_7 \to \bot) \leftrightarrow \big((p_4 \wedge (\neg p_2)) \to p_1\big)\Big)$,
   c) $\big((((p_1 \to p_2) \to p_1) \to p_2) \to p_1\big)$.
3. Defina recursivamente una función $S(\varphi)$ que devuelva una serie de formación de φ para cada $\varphi \in PROP$.
4. Demuestre que toda $\varphi \in PROP$ tiene tantos "(" como ")". Además, vea que la cantidad de paréntesis ("abre" y "cierra", todos juntos) es igual a doble de la cantidad de conectivos distintos de $\bot$ que ocurren.
5. Se define la noción de *subfórmula* de la siguiente manera (recursiva):

   $\boxed{\varphi \in At}$ ψ es subfórmula de φ si $\psi = \varphi$.

   $\boxed{(\neg\varphi)}$ ψ es subfórmula de $(\neg\varphi)$ si ψ es subfórmula de φ ó $\psi = (\neg\varphi)$.

   $\boxed{(\varphi \,\square\, \chi)}$ ψ es subfórmula de $(\varphi \,\square\, \chi)$ si ψ es igual a $(\varphi \,\square\, \chi)$ ó si es subfórmula de φ ó de χ.

   Demostrar que si ψ es subfórmula de φ, entonces ψ es un término de la sucesión $S(\varphi)$ del ejercicio 3. En general, toda subfórmula aparecerá en cada serie de formación de φ.
6. Suponga que de $f : At \to \{0,1\}$ sólo disponemos de la siguiente información, que describe el valor que adopta en algunos elementos de At.
   a) $f(p_1) = f(p_2) = f(p_3) = 0$
   b) $f(p_1) = 0,\ f(p_3) = 1$
   c) $f(p_1) = f(p_2) = f(p_3)$

   Determine (si es posible) $[\![((((\neg p_2) \to (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)) \ \to\ p_3)]\!]_f$.
7. Determine $\varphi[((\neg p_0) \to p_3)/p_0]$ para
   $\varphi = ((p_1 \wedge p_0) \to (p_0 \to p_3))$
   $\varphi = ((p_3 \leftrightarrow p_0) \vee (p_2 \to (\neg(p_0))))$.
8. Decida si las siguientes funciones de $PROP$ a $\{0,1\}$ son valuaciones:
   a) $v(\varphi) := 1$ para toda $\varphi \in PROP$.
   b) Dada v valuación, defino $\bar{v} : PROP \to \{0,1\}$ como $\bar{v}(\varphi) := v(\varphi[\bot/p_0])$. Además de decidir, describa a $\bar{v}$ con sus palabras. Pregunte a su compañero si entiende su definición $\ddot\smile$.