

Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional

2/10/2013, Práctico 3: Deducción Natural

- Complete las siguientes derivaciones agregando la abreviatura de la regla utilizada en cada paso (en caso de que esté correctamente utilizada), y los corchetes en las hipótesis canceladas, suponiendo que en cada paso se cancelan la mayor cantidad de hipótesis posibles. En la primera derivación se deben cancelar todas las hipótesis. En la segunda sólo debe quedar φ como hipótesis no cancelada.

$$\frac{\frac{\frac{\varphi \quad \varphi \rightarrow \psi}{\psi} \quad \neg\psi}{\perp}}{\neg\varphi}}{(\neg\psi \rightarrow \neg\varphi)}}{(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \neg\varphi)}$$

$$\frac{\frac{\frac{\varphi}{\varphi \wedge \psi}}{\varphi} \quad \neg\varphi}{\perp}}{\psi}}{(\neg\varphi \rightarrow \psi)}}{(\psi \rightarrow \varphi) \wedge (\neg\varphi \rightarrow \psi)}$$

Recuerde: $\neg\varphi$ es una abreviatura de $\varphi \rightarrow \perp$

- Encuentre derivaciones para:
 - $\{\varphi \wedge \gamma, \varphi \rightarrow (\psi \wedge \gamma)\} \vdash \psi$
 - $\{\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma)\} \vdash \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \sigma)$
 - $\{\varphi\} \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
 - $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow [(\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma)) \rightarrow (\varphi \rightarrow \sigma)]$
- Se desea obtener una derivación para

$$\{(p_0 \rightarrow (\neg p_1))\} \vdash \neg(\neg(p_0 \rightarrow (\neg p_1)) \wedge \neg((\neg p_2) \wedge p_0))$$
 Utilice lo hecho en el ejercicio anterior para construir la derivación (no haga una derivación nuevamente).
- Complete la siguiente derivación agregando la abreviatura de la regla utilizada en cada paso (en caso de que esté correctamente utilizada), y los corchetes en las hipótesis canceladas, suponiendo que en cada paso se cancelan la mayor cantidad de hipótesis posibles. La única hipótesis que queda sin cancelar es $\neg\psi \rightarrow \neg\varphi$.

$$\frac{\frac{\frac{\neg\psi \rightarrow \neg\varphi \quad \neg\psi}{\neg\varphi}}{\varphi} \quad \neg\varphi}{\perp}}{\psi}}{(\varphi \rightarrow \psi)}$$

- Utilizando RAA, encuentre derivaciones para:
 - $\vdash \varphi \leftrightarrow \neg\neg\varphi$
 - $\vdash ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$
- Obtenga una derivación para $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\varphi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow \neg\varphi$
(Ayuda: la última regla antes de la conclusión es una introducción del implica)
- Demostrar:
 - $\varphi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \psi)$.
 - $\{\neg(\varphi \wedge \neg\psi), \neg\neg\varphi\} \vdash \psi$.
 - $\neg\varphi \vdash \varphi \rightarrow \psi$.
 - $\{(\neg\varphi \rightarrow \psi), (\varphi \rightarrow \psi)\} \vdash \psi$.