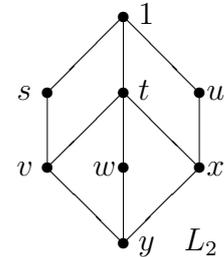


Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden
 26/08/2013, Práctico 5: Reticulados complementados y distributivos.

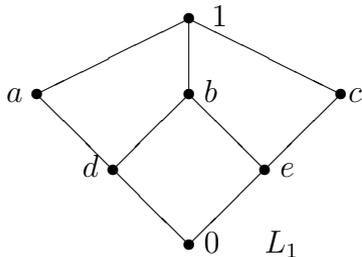
Objetivos. Corroborar si un reticulado es complementado, comprobando si es acotado y todo elemento tiene, al menos, un complemento. Distinguir reticulados distributivos; apropiarse de diferentes métodos de verificar si un reticulado es distributivo o no. Evaluar la satisfacción de ciertas propiedades en reticulados distributivos y no distributivos.

1. Considere el reticulado L_2 de la siguiente figura.

- ¿Es L_2 un reticulado complementado?
- Encuentre un elemento con dos complementos.
- ¿Es L_2 un reticulado distributivo?

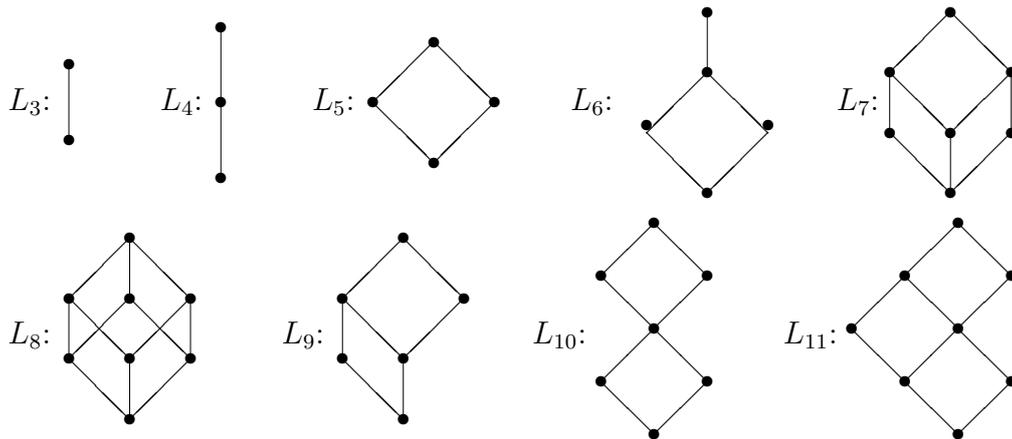


2. Considere ahora el reticulado L_1 .



- Dé los complementos, si es que existen, de los siguientes elementos: $a, b, d, 0$.
- ¿Es L_1 un reticulado complementado?
- ¿Es L_1 un reticulado distributivo?

3. Considere los siguientes diagramas.



- Determine cuáles son reticulados distributivos.
 - Determine cuáles son isomorfos a algún $(D_n, |)$.
 - Determine cuáles son sub-reticulados de $\mathcal{P}(X)$ para algún conjunto X .
- Determine si los reticulados $(D_{18}, |)$ y $(D_{30}, |)$ son complementados y/o distributivos.
 - Enumere todos los métodos que utilizó en los ejercicios anteriores para determinar si un reticulado era o no distributivo. Es importante también identificar los resultados teóricos que están implicados en cada método.
 - Sea (S, \leq) un reticulado. Demuestre que si $x \leq y$, entonces para todo z en S , $x \vee (z \wedge y) \leq (x \vee z) \wedge y$. Compruebe que si (S, \leq) es distributivo vale la igualdad. Si en un reticulado vale la igualdad para todo $x \leq y$, ¿es distributivo?
 - Sea (S, \leq) un reticulado distributivo. Demuestre que si x e y en S satisfacen $x \vee a = y \vee a$ y $x \wedge a = y \wedge a$ para algún a en S , entonces $x = y$.
 - Recíprocamente, sea (S, \leq) un reticulado que satisface lo siguiente para todo x e y en S : si $x \vee a = y \vee a$ y $x \wedge a = y \wedge a$ para algún a en S , entonces $x = y$. Demuestre que (S, \leq) es distributivo. Ayuda: observar lo que ocurre en M_3 y N_5 .