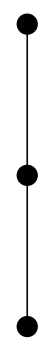
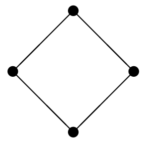
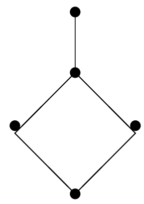
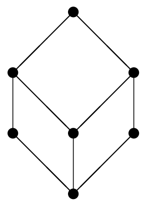
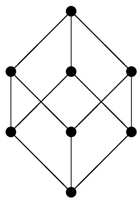
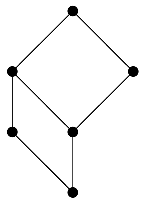
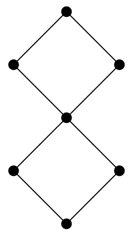
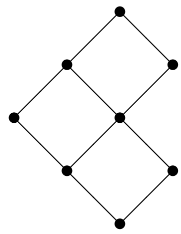
Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden
04/09/2015, Práctico 8: Teorema de Birkhoff para reticulados distributivos.

Objetivos. Comprender la noción de *elementos irreducibles* identificando en varios reticulados aquellos elementos que lo son. Entender la noción de *conjunto decreciente*; en particular, para P un poset, poder construir el poset de decrecientes de P. Utilizar el teorema de representación para mostrar que un reticulado es o no un reticulado distributivo.

1. Considere los siguientes reticulados.
   a) Calcule el conjunto de elementos irreducibles.
   b) Dibuje en cada caso el diagrama de Hasse de $\mathcal{D}(Irr(L))$.
   c) Utilice el Teorema de Birkhoff para determinar si es distributivo o no.

L_1: 
L_2: 
L_3: 
L_4: 
L_5: 

L_6: 
L_7: 
L_8: 
L_9: 

2. Dé todos los reticulados distributivos con exactamente 3 elementos irreducibles.
3. Sea n producto de primos distintos $p_1, p_2, \ldots, p_k$, ¿cuáles son los elementos irreducibles de D_n?
4. *a*) Describa de la forma más clara posible los elementos irreducibles de D_n.
   b) Determine $Irr(D_{300})$. Escriba a D_{300} como producto de cadenas.
5. Explique por qué no existe X tal que D_{630} sea isomorfo a $\mathcal{P}(X)$
6. ¿Es $\mathbf{2} \times \mathbf{3}$ subreticulado de $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$?
7. ¿Es D_{12} subreticulado de $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$?
8. ¿Es N_5 subreticulado de D_{630}?
9. Dé explícitamente isos entre:
   (a) D_{12} y $\mathbf{2} \times \mathbf{3}$ (b) D_{175} y $\mathbf{2} \times \mathbf{3}$ (c) D_{99} y $\mathbf{2} \times \mathbf{3}$
   (c) D_{24} y $\mathbf{2} \times \mathbf{4}$ (d) D_{875} y $\mathbf{2} \times \mathbf{4}$ (e) D_{297} y $\mathbf{2} \times \mathbf{4}$
10. Explique por qué no existe n tal que D_{630} sea isomorfo a $\mathbf{2}^n$
11. Determine cuándo D_n es isomorfo a algún $\mathcal{P}(X)$. Dé explícitamente el isomorfismo.
12. Dé explícitamente el isomorfismo entre $\mathbf{2} \times \mathbf{3}$ y $\mathcal{D}(P)$, para algún poset P.