Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional
23/09/2016, Práctico 1: Sintaxis y semántica

1. Para las siguientes cadenas determinar cuáles están en Σ^*, cuáles en $PROP$, y cuáles en ninguno de los dos.
   (a) $p_0 \to p_1$
   (b) $((p \wedge p) \to p)$
   (c) $(\varphi \vee \psi)$
   (d) $(((p_1 \to p_2) \to p_1) \to p_2)$

2. Dé series de formación de las siguientes proposiciones:
   a) $\big(((\neg p_2) \to (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)\big)$,
   b) $\Big((p_7 \to \bot) \leftrightarrow \big((p_4 \wedge (\neg p_2)) \to p_1\big)\Big)$,
   c) $\big((((p_1 \to p_2) \to p_1) \to p_2) \to p_1\big)$.

3. Defina recursivamente una función $paren\_izq(\varphi)$ que devuelva la cantidad de paréntesis izquierdos que posee φ, para cada $\varphi \in PROP$ (resp. $paren\_der$).

4. Demuestre que toda $\varphi \in PROP$ tiene tantos "(" como ")".

5. Defina recursivamente una función $ocur(k, \varphi)$, que devuelva la cantidad de ocurrencias de p_k que posee φ, para cada $\varphi \in PROP$. (Note que para cada k fijo se está definiendo una función de $PROP$ en los naturales.)

6. Defina recursivamente una función $S(\varphi)$ que devuelva una serie de formación de φ para cada $\varphi \in PROP$.

7. Se define la noción de *subfórmula* de la siguiente manera (recursiva):

$\boxed{\varphi \in At}$ ψ es subfórmula de φ si $\psi = \varphi$.

$\boxed{(\neg\varphi)}$ ψ es subfórmula de $(\neg\varphi)$ si ψ es subfórmula de φ ó $\psi = (\neg\varphi)$.

$\boxed{(\varphi \,\square\, \chi)}$ ψ es subfórmula de $(\varphi \,\square\, \chi)$ si ψ es igual a $(\varphi \,\square\, \chi)$ ó si es subfórmula de φ ó de χ.

Demostrar que si ψ es subfórmula de φ, entonces ψ es un término de la sucesión $S(\varphi)$ del ejercicio 6. En general, toda subfórmula aparecerá en cada serie de formación de φ.