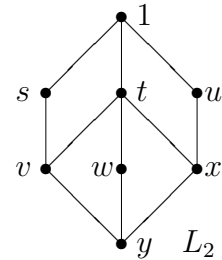


Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden  
 21/09/2018, Práctico 5: Reticulados complementados y distributivos.

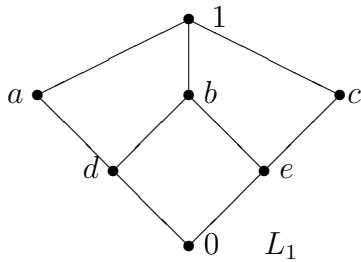
**Objetivos.** Corroborar si un reticulado es complementado, comprobando si es acotado y todo elemento tiene, al menos, un complemento. Distinguir reticulados distributivos; apropiarse de diferentes métodos de verificar si un reticulado es distributivo o no. Evaluar la satisfacción de ciertas propiedades en reticulados distributivos y no distributivos.

1. Considere el reticulado  $L_2$  de la siguiente figura.

- ¿Es  $L_2$  un reticulado complementado?
- Encuentre un elemento con dos complementos.
- ¿Es  $L_2$  un reticulado distributivo?

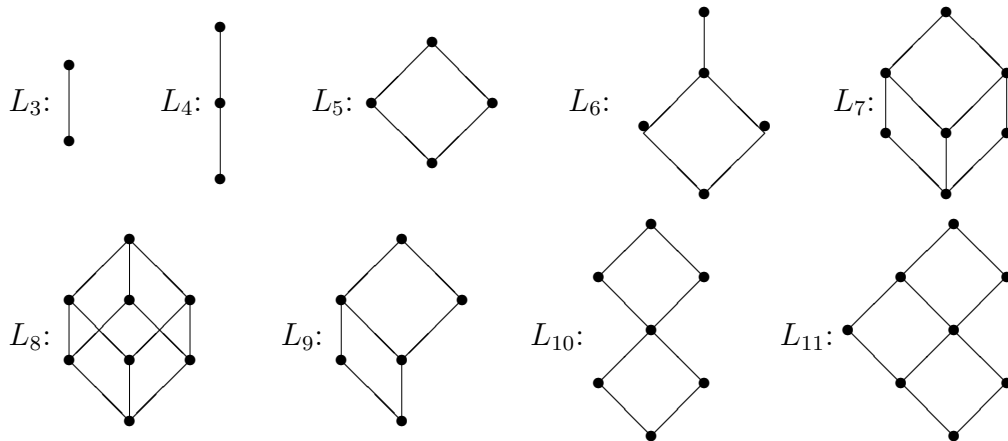


2. Considere ahora el reticulado  $L_1$ .



- Dé los complementos, si es que existen, de los siguientes elementos:  $a, b, d, 0$ .
- ¿Es  $L_1$  un reticulado complementado?
- ¿Es  $L_1$  un reticulado distributivo?

3. Considere los siguientes diagramas.



- Determine cuáles son reticulados distributivos.
  - Determine cuáles son isomorfos a algún  $(D_n, |)$ .
  - Determine cuáles son sub-reticulados de  $\mathcal{P}(X)$  para algún conjunto  $X$ .
- Determine si los reticulados  $(D_{18}, |)$  y  $(D_{30}, |)$  son complementados y/o distributivos.
  - Dar el diagrama de Hasse de un reticulado no distributivo donde todo elemento tenga a lo sumo un complemento.
  - Enumere todos los métodos que utilizó en los ejercicios anteriores para determinar si un reticulado era o no distributivo. Es importante también identificar los resultados teóricos que están implicados en cada método.
  - Sea  $(S, \leq)$  un reticulado. Demuestre que si  $x \leq y$ , entonces para todo  $z$  en  $S$ ,  $x \vee (z \wedge y) \leq (x \vee z) \wedge y$ . Compruebe que si  $(S, \leq)$  es distributivo vale la igualdad. Si en un reticulado vale la igualdad para todo  $x \leq y$ , ¿es distributivo?
  - Sea  $(S, \leq)$  un reticulado distributivo. Demuestre que si para todo  $x$  e  $y$  en  $S$ , existe  $a$  en  $S$  tal que valen tanto  $x \vee a = y \vee a$  como  $x \wedge a = y \wedge a$ , entonces  $x = y$ .
  - Recíprocamente, sea  $(S, \leq)$  un reticulado que satisface lo siguiente para todo  $x$  e  $y$  en  $S$ : si existe  $a$  en  $S$  tal que  $x \vee a = y \vee a$  y  $x \wedge a = y \wedge a$ , entonces  $x = y$ . Demuestre que  $(S, \leq)$  es distributivo. Ayuda: observar lo que ocurre en  $M_3$  y  $N_5$ .