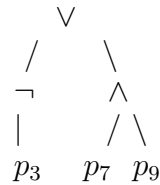


Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional  
13/09/2019, Práctico 1: Sintaxis y semántica

1. Para las siguientes cadenas determinar cuáles están en  $\Sigma^*$ , cuáles en  $Prop$ , y cuáles en ninguno de los dos.
  - (a)  $p_0 \rightarrow p_1$
  - (b)  $((p \wedge p) \rightarrow p)$
  - (c)  $(\varphi \vee \psi)$
  - (d)  $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2$
2. Determine el menor  $n$  tal que  $Prop_n$  contiene  $\varphi$ , para cada una de las siguientes proposiciones  $\varphi$ :
  - a)  $(\neg p_0)$
  - b)  $((\neg p_0) \wedge (\neg(\neg \perp)))$
  - c)  $((\neg p_0) \vee p_{2312}) \wedge (\neg(\neg \perp))$
3. Defina recursivamente una función  $paren_{izq}(\varphi)$  que devuelva la cantidad de paréntesis izquierdos que posee  $\varphi$ , para cada  $\varphi \in Prop$  (resp.  $paren_{der}$ ).
4. Demuestre que toda  $\varphi \in Prop$  tiene tantos “(” como “)”.
5. Defina recursivamente una función  $ocur(k, \varphi)$ , que devuelva la cantidad de ocurrencias de  $p_k$  que posee  $\varphi$ , para cada  $\varphi \in Prop$ . (Note que para cada  $k$  fijo se está definiendo una función de  $Prop$  en los naturales.)
6. Defina la noción de *subfórmula* de una fórmula de  $Prop$ , a través de una función  $S(\varphi)$  que devuelva el conjunto subfórmulas de  $\varphi$  para cada  $\varphi \in Prop$ .
7. La definición de  $Prop$  determina en cada fórmula una estructura de árbol (grafo conexo y aciclo), el cual tiene un nodo “principal”, llamado raíz. Por ejemplo, el árbol de la proposición  $((\neg p_3) \vee (p_7 \wedge p_9))$  es:



Puede encontrar alguna relación entre el  $n$  encontrado en el ejercicio 2 y alguna característica del árbol de la proposición?