

Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional
09/10/2019, Práctico 4: Otras reglas de derivación

1. Complete las siguientes derivaciones agregando la rama que falta, la abreviatura de la regla utilizada en cada paso, y los corchetes en las hipótesis canceladas, suponiendo que en cada paso se cancelan la mayor cantidad de hipótesis posibles. En ambas derivaciones se deben cancelar todas las hipótesis.

$$\frac{\frac{P \vee Q \quad \frac{P \quad \frac{\neg P \wedge \neg Q}{\neg P}}{\perp}}{\perp}}{\frac{\perp}{\neg(P \vee Q)}} \quad \perp}{\frac{\perp}{(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg(P \vee Q))}}$$

$$\frac{\frac{\frac{\neg P}{\neg P \vee P} \quad \neg(\neg P \vee P)}{\perp}}{\frac{\perp}{\neg P}} \quad \frac{\perp}{P}}{\frac{\perp}{\neg P \vee P}}$$

2. Encuentre derivaciones para:
- $\{\neg P \vee Q\} \vdash P \rightarrow Q$ (Usando eliminación de \vee)
 - $\{\neg P \vee \neg Q\} \vdash \neg(P \wedge Q)$
 - $\{P \rightarrow Q\} \vdash \neg P \vee Q$
(Sugerencia: la última regla es RAA, no intente con introducción de \vee , no funciona como última regla. Aparte está desarrollado en el apunte.)
 - $\{\neg(P \wedge Q)\} \vdash \neg P \vee \neg Q$ (Copie la idea de la derivación anterior)
3. En el ejercicio 1 se muestra una derivación (incompleta) de $P \vee \neg P$, llamado principio del tercero excluido. Una estrategia posible para demostrar una proposición R , es utilizar una eliminación del \vee para subdividir la prueba en dos sub-derivaciones (también de R), cada una de las cuales tiene una hipótesis más para utilizar:

$$\frac{\begin{array}{ccc} [P] & & [\neg P] \\ \vdots & & \vdots \\ \neg P \vee P & & R \end{array}}{R}$$

Obtenga derivaciones para c y d del punto anterior usando esta estrategia.

4. Encuentre derivaciones para:
- $\vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$
 - $\vdash (P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow Q) \rightarrow Q$
5. Demostrar, transformando derivaciones cuando sea necesario:
- $\vdash P$ implica $\vdash Q \rightarrow P$
 - Si $P \vdash Q$ y $\neg P \vdash Q$ entonces $\vdash Q$.
 - $\Gamma \cup \{P\} \vdash Q$ implica $\Gamma \setminus \{P\} \vdash (P \rightarrow P) \wedge (P \rightarrow Q)$.
 - $\Gamma \cup \{P\} \vdash Q$ implica $\Gamma \vdash P \rightarrow (Q \vee \neg P)$.
6. Demuestra los siguientes casos de la inducción en las derivaciones que prueba el Teorema de Corrección: (IV) y (EV).