Introducción a la Lógica y la Computación - Examen Final 17/12/2018

Apellido y Nombre:

nota

1	2	3	4	5

(1) Sea L un reticulado distributivo finito. Responda si es Verdadero o Falso. Justifique su respuesta.
  (a) Para todo $x \in L$, si u y w son complementos de x, entonces $u = w$.
  (b) Todo elemento de L se puede escribir como supremo de átomos.
  (c) Si $x \nleqslant y$, entonces existe $i \in Irr(L)$ tal que $i \leqslant x$ e $i \nleqslant y$.

(2) Sea $\Delta = \{p_1 \to p_2, p_4 \to p_5, p_5 \wedge p_4 \to \neg p_2, p_4 \wedge p_1\}$.
  (a) Demuestre que Δ es inconsistente dando una derivación $\Delta \vdash \perp$.
  (b) Quite una proposición de Δ y demuestre que el conjunto resultante es consistente; justifique su respuesta, enunciando todo resultado teórico que utilice.

(3) Pruebe que si Δ es consistente maximal entonces Δ es cerrado para derivaciones (es decir, $\Delta \vdash \varphi$ implica $\varphi \in \Delta$). Enuncie claramente todo resultado teórico que utilice.

(4) (a) Proponga un DFA cuyo lenguaje sean las palabras sobre $\{0, 1\}$ donde todo 1 esté inmediatamente precedido por un cero.
  (b) Utilice el algoritmo de Kleene para obtener una expresión regular para dicho lenguaje.

(5) Sea $L = \{0^n \alpha 0^m \mid \alpha \in \{0, 1\}^* \text{ con } n, m \text{ pares}\}$. Decidir si L es regular justificando su respuesta.

Ejercicios para alumnos libres:

(1) Sea D_n el reticulado formado por los divisores de n, donde $n \leq 1$ es un número natural.
  (a) Dé los digramas de Hasse de D_{47} y D_{198}.
  (b) ¿Posee alguno de ellos un subreticulado no distributivo? Justifique su respuesta.
  (c) ¿Posee alguno de ellos un subreticulado isomorfo a un álgebra de Boole? Justifique su respuesta.

(2) Sea $\Gamma = \{p_1 \to p_2, p_3 \to \neg p_2, p_2 \wedge p_3 \to p_1\}$. Proponga φ tal que φ no tenga ninguna ocurrencia ni de $\perp$ ni de $\neg$ y que $\Gamma \cup \{\varphi\}$ sea inconsistente.