Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional
13/09/2017, Práctico 1: Sintaxis y semántica

1. Para las siguientes cadenas determinar cuáles están en Σ^*, cuáles en $Prop$, y cuáles en ninguno de los dos.
   (a) $p_0 \to p_1$
   (b) $((p \wedge p) \to p)$
   (c) $(\varphi \vee \psi)$
   (d) $(((p_1 \to p_2) \to p_1) \to p_2)$

2. Determine el menor n tal que $Prop_n$ contiene φ, para cada una de las siguientes proposiciones φ:
   a) $(\neg p_0)$
   b) $((\neg p_0) \wedge (\neg(\neg\bot)))$
   c) $(((\neg p_0) \vee p_{2312}) \wedge (\neg(\neg\bot)))$

3. Defina recursivamente una función $paren\_izq(\varphi)$ que devuelva la cantidad de paréntesis izquierdos que posee φ, para cada $\varphi \in Prp$ (resp. $paren\_der$).

4. Demuestre que toda $\varphi \in Prop$ tiene tantos "(" como ")".

5. Defina recursivamente una función $ocur(k, \varphi)$, que devuelva la cantidad de ocurrencias de p_k que posee φ, para cada $\varphi \in Prop$. (Note que para cada k fijo se está definiendo una función de $Prop$ en los naturales.)

6. Defina la noción de *subfórmula* de una fórmula de $Prop$, a través de una una función $S(\varphi)$ que devuelva el conjunto subfórmulas de φ para cada $\varphi \in Prop$.

7. La definición de $Prop$ determina en cada fórmula una estructura de árbol (grafo conexo y aciclo), el cual tiene un nodo "principal", llamado raiz. Por ejemplo, el árbol de la proposición $((\neg p_3) \vee (p_7 \wedge p_9))$ es:

$$\begin{array}{ccccc} & & \vee & & \\ & / & & \backslash & \\ \neg & & & \wedge & \\ | & & & / \; \backslash & \\ p_3 & & p_7 & & p_9 \end{array}$$

   Puede encontrar alguna relación entre el n encontrado en el ejercicio 2 y alguna característica del árbol de la proposición?