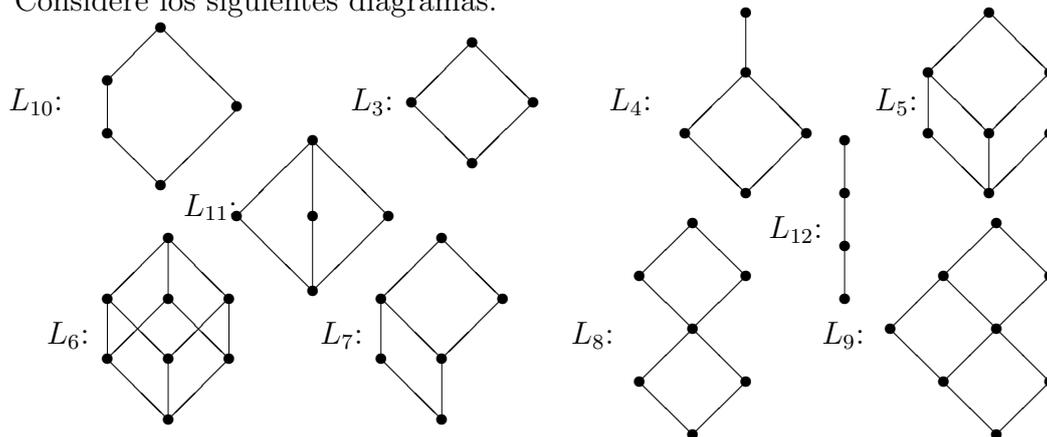


Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden

30/08/2019, Práctico 6: Álgebras de Boole.

Objetivos. Entender el concepto de subreticulado. Identificar cuando un reticulado es un álgebra de Boole. Estudiar propiedades de las álgebras de Boole. Comprender las nociones de *átomos* identificando en varios reticulados aquellos elementos que lo son (en D_n , qué propiedad tienen los átomos?). Utilizar el teorema de representación para mostrar que un reticulado es o no un álgebra de Boole (¿Cuándo D_n es un álgebra de Boole?).

1. Considere los siguientes diagramas.



- a) ¿Son L_7 y L_8 subreticulados de L_9 ?
 - b) ¿Cuáles de estos reticulados tienen a L_4 como subreticulado? ¿Y a L_5 ?
 - c) ¿De cuántas maneras distintas es L_3 subreticulado de L_8 ?
 - d) ¿Es L_{10} subreticulado de L_6 ? ¿Es M_3 subreticulado de L_8 ?
2. ¿Cuáles de los 8 reticulados anteriores son álgebras de Boole?
3. Sea B un álgebra de Boole y \leq el orden asociado a B . Demuestre que
- a) $(x^c)^c = x$;
 - b) $x \leq y$ si y sólo si $y^c \leq x^c$;
 - c) $y \wedge z = 0$ si y sólo si $y \leq z^c$; (¿cómo sería una propiedad similar con $y \vee z$?)
 - d) si $x \leq y$ e $y \wedge z = 0$ entonces $z \leq x^c$ (vea lo que hizo antes).
4. Determine cuáles de los siguientes isomorfismos valen.
- a) $D_{78} \cong D_{385}$. b) $D_{12} \cong D_{18}$. c) $D_{2310} \cong \mathcal{P}(\{a, b, c, d, e\})$. d) $D_{90} \cong \mathcal{P}(\{a, b, c, d\})$.
5. Considere los reticulados L_5 , L_{11} y L_{12} de la figura:
- a) Calcule el conjunto de átomos de cada reticulado.
 - b) Para cada uno de esos reticulados, explique por qué **no** es un álgebra de Boole.
6. a) Encuentre los átomos de $(D_{12}, |)$
 b) Encuentre los átomos de $(D_{36}, |)$.
 c) Muestre que los elementos 2 y 6 en D_{12} no tienen complementos.
7. Considere todos diagramas, excepto L_{11} y L_{12} , de la figura.
- a) Halle en cada caso $At(L)$.
 - b) Dibuje en cada caso el diagrama de Hasse de $\mathcal{P}(At(L))$.
 - c) Determine cuáles son álgebras de Boole.
8. Determine cuáles de los reticulados anteriores satisfacen las hipótesis del Teorema de Representación de Álgebras de Boole finitas y dé explícitamente el mapa F .