# Introducción a la Lógica y la Computación - Lógica proposicional
## 16/09/2015, Práctico 1: Sintaxis y semántica

1. Para las siguientes cadenas determinar cuáles están en $\Sigma^*$, cuáles en $PROP$, y cuáles en ninguno de los dos.
   (a) $p_0 \to p_1$
   (b) $((p \wedge p) \to p)$
   (c) $(\varphi \vee \psi)$
   (d) $(((p_1 \to p_2) \to p_1) \to p_2)$
2. Dé series de formación de las siguientes proposiciones:
   *a)* $\big(((\neg p_2) \to (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)\big)$,
   *b)* $\Big((p_7 \to \bot) \leftrightarrow \big((p_4 \wedge (\neg p_2)) \to p_1\big)\Big)$,
   *c)* $\big(((p_1 \to p_2) \to p_1) \to p_2) \to p_1\big)$.
3. Defina recursivamente una función $S(\varphi)$ que devuelva una serie de formación de $\varphi$ para cada $\varphi \in PROP$.
4. Demuestre que toda $\varphi \in PROP$ tiene tantos "(" como ")". Además, vea que la cantidad de paréntesis ("abre" y "cierra", todos juntos) es igual a doble de la cantidad de conectivos distintos de $\bot$ que ocurren.
5. Se define la noción de *subfórmula* de la siguiente manera (recursiva):

$\boxed{\varphi \in At}$ $\psi$ es subfórmula de $\varphi$ si $\psi = \varphi$.

$\boxed{(\neg\varphi)}$ $\psi$ es subfórmula de $(\neg\varphi)$ si $\psi$ es subfórmula de $\varphi$ ó $\psi = (\neg\varphi)$.

$\boxed{(\varphi \,\square\, \chi)}$ $\psi$ es subfórmula de $(\varphi \,\square\, \chi)$ si $\psi$ es igual a $(\varphi \,\square\, \chi)$ ó si es subfórmula de $\varphi$ ó de $\chi$.

   Demostrar que si $\psi$ es subfórmula de $\varphi$, entonces $\psi$ es un término de la sucesión $S(\varphi)$ del ejercicio 3. En general, toda subfórmula aparecerá en cada serie de formación de $\varphi$.
6. Suponga que de $f : At \to \{0,1\}$ sólo disponemos de la siguiente información, que describe el valor que adopta en algunos elementos de $At$.
   *a)* $f(p_1) = f(p_2) = f(p_3) = 0$
   *b)* $f(p_1) = 0,\ f(p_3) = 1$
   *c)* $f(p_1) = f(p_2) = f(p_3)$

   Determine (si es posible) $[\![((((\neg p_2) \to (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)) \ \to\ p_3)]\!]_f$.
7. Determine $\varphi[((\neg p_0) \to p_3)/p_0]$ para
   $\varphi = ((p_1 \wedge p_0) \to (p_0 \to p_3))$
   $\varphi = ((p_3 \leftrightarrow p_0) \vee (p_2 \to (\neg(p_0))))$.
8. Determine en cada caso si existe g (asignación) que satisfaga la condición dada.
   *a)* $[\![\varphi]\!]_g := 1$ para toda $\varphi \in PROP$.
   *b)* $[\![\varphi]\!]_g = [\![\varphi[\bot/p_0]]\!]_f$ para toda $\varphi \in PROP$, (donde $f$ una asignación cualquiera). Además de decidir, describa a $[\![\_]\!]_g$ con sus palabras. Pregunte a su compañero si entiende su definición $\smile$.
9. Sea $F : \{0,1\}^3 \to \{0,1\}$ dada por $F(p_0, p_1, p_2) = (p_0 + p_1 + p_2) mod(2)$ (resto de la división por 2). Encontrar una proposición que tenga a $F$ como tabla de verdad.